



Anais do XXXIV COBENGE. Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo, Setembro de 2006.
ISBN 85-7515-371-4

EPISTEMOLOGIA, DIDÁTICA E ENSINO DE PROBABILIDADE

Heitor Achilles Dutra da Rosa – heitor_achilles@yahoo.com.br

Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca – CEFET/RJ
Avenida Maracanã, 229 Maracanã
CEP 22271-110 – Rio de Janeiro - RJ

José Luiz Fernandes – jfernandes@cefet-rj.br

Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca – CEFET/RJ
Avenida Maracanã, 229 Maracanã
CEP 22271-110 – Rio de Janeiro – RJ

Marcos Oliveira de Pinho – depinhogalois@aol.com

Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca – CEFET/RJ
Avenida Maracanã, 229 Maracanã
CEP 22271-110 – Rio de Janeiro - RJ

***Resumo:** A análise epistemológica se faz necessária dentro de qualquer contexto que esteja efetivamente preocupado em identificar os possíveis obstáculos e as eventuais dificuldades enfrentadas no processo de aprendizagem. Dentro dessa perspectiva este trabalho tem como objetivo apresentar algumas reflexões sobre a importância desta análise para o processo de ensino aprendizagem de conceitos e definições matemáticas. Dessa maneira apresenta-se o conceito de obstáculos epistemológicos no âmbito da educação matemática, bem como, alguns aspectos gerais referentes à epistemologia e a didática. Diante deste contexto serão levantados alguns problemas característicos do processo de ensino-aprendizagem da matemática, mais especificamente problemas relacionados à aquisição por parte dos estudantes do conceito de probabilidade. A análise desses problemas permite apresentar e discutir algumas sugestões que possam conduzir a um processo eficiente e eficaz para a construção de tais conceitos e/ou definições.*

***Palavras-chave:** Educação matemática, Epistemologia, Didática, Probabilidade.*

1. INTRODUÇÃO

A importância da aquisição de conceitos relacionados à teoria das probabilidades nos diferentes níveis de ensino se faz relevante por esta significar uma linguagem que permeia a conversação e a expressão científica de fatos característicos das mais variadas áreas. Dessa forma, torna-se necessário desenvolver nos estudantes habilidades que viabilizem o uso dessa linguagem bem como, fazer com que esses estudantes saibam reconhecer elementos relacionados a ela.

A tarefa de garantir tais objetivos é um dos desafios do professor de matemática preocupado em estabelecer esse vínculo entre a teoria e a prática. As dificuldades do processo de ensino-aprendizagem surgem logo a partir das noções iniciais que caracterizam a teoria das

probabilidades. Essas dificuldades podem ser analisadas sob a ótica de uma análise epistemológica que procura estabelecer e identificar os possíveis obstáculos e as eventuais dificuldades enfrentadas nesse processo.

2. ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE EPISTEMOLOGIA

Em linhas gerais a epistemologia corresponde ao estudo ou ciência do conhecimento. O contexto epistemológico é marcado por dois principais problemas: o primeiro, relativo às fontes do conhecimento e o segundo, relacionado a sua extensão.

Segundo GRAYLING (2005), as questões referentes à investigação da natureza, fontes e validade do conhecimento aparecem explicitamente em Platão (427 – 347 a. C.) na sua obra Teeteto. Na modernidade, a partir do século XVII, a epistemologia passa a ocupar um papel central dentro da filosofia e isto se deve, sobretudo, aos trabalhos de René Descartes (1596 – 1650) e Locke (1632 – 1704).

Platão e Aristóteles formularam doutrinas detalhadas sobre a natureza do conhecimento e as suas relações com as diversas partes do saber. Platão, inclusive, afirmava que o conhecimento neste mundo é *reminiscência*, isto é, lembranças de coisas que se conhece em outro mundo, o mundo das formas ou idéias. Na sua obra Ménon, Platão narra a demonstração do teorema de Pitágoras feita por um escravo que dialogava com Sócrates. No diálogo, o escravo não possuía nenhum tipo de educação formal, ou seja, não era se quer alfabetizado. O método usado foi a maiêutica, onde através de perguntas feitas por Sócrates o escravo ao respondê-las consegue chegar à demonstração do teorema em questão. A maiêutica era a forma de proceder à educação dos indivíduos.

Durante a época moderna a epistemologia começa adquirir um caráter mais autônomo e profissional como uma disciplina filosófica. Segundo Descartes para ocorrer o desenvolvimento de uma ciência da natureza era preciso haver um exame do próprio saber, uma investigação sobre o conhecimento humano, e uma explicação sobre o que nos faz acertar ou errar quando conhecemos. A fim de fundamentar a nova ciência da natureza, em sua época, e evitar o erro, Descartes defendia a idéia da criação de um método apropriado e seguro. Esse método deve ser elaborado a partir de novos conhecimentos mais fundamentais sobre a mente humana e suas capacidades cognitivas. Assim, surge o programa cartesiano que levou ao surgimento da epistemologia como domínio autônomo de investigação. Descartes chamava a nova atividade de investigação sobre o saber de *metafísica*¹ e não de epistemologia. O termo epistemologia ou teoria do conhecimento só aparece posteriormente, embora não seja usado, por exemplo, por Immanuel Kant (1724 – 1804).

Segundo DUTRA (2000), para a concepção cartesiana as nossas idéias são *entidades mentais* que representam as coisas do mundo físico – mundo este que está fora da mente. Esta concepção é seguida por alguns autores empiristas como John Locke (1632 – 1704), George Berkeley (1685 – 1753) e David Hume (1711 – 1776).

Locke é o responsável pela teoria das idéias como cópias de impressões. Tendo esta, em virtude de nossos órgãos dos sentidos, origem em objetos físicos. Para os empiristas o mundo mental das representações origina-se no mundo material que ele representa. Dentro dessa perspectiva é importante haver uma investigação sobre o modo de como o indivíduo relaciona, as suas idéias, isto é, como se dá e como ocorre a correspondência dessas idéias com os objetos por elas representados.

Descartes é um dos representantes da escola racionalista e os empiristas divergem desses, no que diz respeito à origem de nossas idéias. Para os cartesianos existem idéias inatas, ou

¹ A metafísica a que Descartes fazia referência se distingue da metafísica de Aristóteles, por exemplo. Na tradição aristotélica a metafísica é a disciplina que primeiro deve ser formulada e que fundamenta a física, sendo esta uma teoria do ser em geral, ou do ser enquanto tal, enquanto que, para Descartes, além disso, é também uma teoria sobre o ente que conhece, do eu que representa o mundo e deseja saber se o representou corretamente.

seja, idéias que Deus colocou em nós e que não provém de experimentos, mesmo que elas correspondam a coisas fora da mente. Os empiristas acreditam que todas as nossas idéias vêm da experiência, e não há idéias inatas.

Hume investigou os mecanismos que seriam responsáveis pelas relações que o indivíduo faz com suas idéias. Segundo Hume, na sua obra *Investigação sobre o entendimento humano*, só existem três princípios de associação de idéias: semelhança, contigüidade e causa e efeito. Quanto ao raciocínio humano, ou questões de fato, Hume afirmava que estão todos fundamentados na relação causa e efeito, afirmava ainda que partindo da observação das coisas e observando o curso natural dos eventos, é possível chegar apenas a sucessões de acontecimentos. É a repetição dos acontecimentos, a observação de conjuntos freqüentes entre objetos que leva o indivíduo a relacioná-los, estabelecendo uma relação de causa e efeito. Mas é preciso supor que exista tal relação casual entre dois objetos. E é aí que segundo Hume o indivíduo pode errar em todas as suas generalizações. Dessa maneira, o conhecimento da natureza pelo indivíduo não conta com nenhuma garantia infalível.

As idéias defendidas por Hume influenciaram outros pensadores e tiveram grande impacto na história da epistemologia. Kant é considerado um dos pensadores mais sistemáticos e tentou superar o desafio de Hume, isto é, tem como objetivo mostrar que é possível dar fundamento seguro para o conhecimento, tal como Descartes desejava, embora de forma diferente deste último.

Kant tinha como ponto de partida a matemática e a física, que segundo ele fizeram progressos por terem estabelecido seus conhecimentos em bases firmes. Tanto a matemática quanto a física, para Kant, estão fundamentadas em conceitos e princípios do próprio entendimento humano. Isso faz com que seus problemas possam ser solucionados ou haja progresso nesses domínios.

Para KANT (1980), deveria ser feita uma crítica da própria razão humana, das faculdades (sensibilidade, entendimento e razão) que compõem nosso aparelho cognitivo. Sabendo como estes funcionam pode-se saber o que o indivíduo pode conhecer. Assim, cabe à teoria do conhecimento ou epistemologia (termo não empregado por Kant) investigar tais tarefas.

As crenças da concepção fundacionalista do conhecimento defendida por Kant para a ciência está no fato de que quando a ciência se torna uma disciplina madura, a sua história não muda mais de forma radical, ela passa a ter um processo de empreendimento cumulativo. Segundo os epistemólogos do século XX essas teorias incorporam crenças verdadeiras e justificadas. Justificadas porque foram obtidas a partir de conhecimentos evidentes por si e verdadeiras porque refletem como o mundo é, representa-o adequadamente.

A epistemologia tradicional fundacionalista, de uma forma geral, defende a idéia de que há conhecimento apenas onde há crenças verdadeiras e justificadas. O conhecimento é, portanto, um tipo de especial de crença. São idéias que se têm das coisas, idéias cuja verdade pode ser mostrada fora de toda e qualquer dúvida.

Esta concepção de conhecimento ainda aparece presente em muitos autores contemporâneos. No século XX, Edmund Gettier fez uma crítica radical a essa concepção. Para GETTIER (1963) existem circunstâncias em que os requisitos apresentados pela epistemologia tradicional em relação ao conhecimento são preenchidos, mas isso não significa que de fato, em tais circunstâncias, tem-se o conhecimento. Gettier defende a idéia de que é possível ter conhecimento também por inferência, desde que se tenha um método inferencial seguro. Este método, segundo os epistemólogos tradicionais está fundamentado na lógica clássica. Gettier afirma ainda que inferências desse tipo podem estar certas por acaso, fazendo com que um indivíduo, ao afirmar um fato oriundo de tais inferências, não necessariamente sabe ou conhece esse fato.

Autores do século XX sugerem reformulações na concepção de conhecimento como crença verdadeira e justificada, embora outros julguem as dificuldades do fundacionalismo da epistemologia tradicional insuperável, e fazem propostas alternativas.

Uma questão importante e central nesse momento é a idéia de que a epistemologia deve lidar, além do contexto da justificação, com o contexto da descoberta. A epistemologia ou teoria do conhecimento deve se preocupar com tudo aquilo que justifica a aceitação de uma crença ou de uma teoria. Talvez, o maior problema da epistemologia tradicional está em considerar os processos inferenciais ou psicológicos, pelos quais as pessoas chegam as suas crenças, como um assunto da psicologia, e não da epistemologia. Tal consideração revela-se em parte correta, porém esses processos não são processos mentais privados. A mente não é um mundo à parte, distinto do mundo físico. Nesse sentido, vê-se que com Descartes a epistemologia tradicional tem dificuldades em lidar com o contexto da descoberta.

Ao separar o contexto da descoberta do contexto da justificação a concepção tradicional do conhecimento traz outras separações. Dentre elas, tem-se a separação entre conhecer e aprender. De acordo com a concepção tradicional aprender é tomar conhecimento de alguma coisa já sabida, já conhecida pelos outros. Já o conhecimento é crença verdadeira e justificada, quando ocorre de fato está isento de erro. Na concepção tradicional o conhecimento corresponde à representações adequadas e ou das coisas como elas são. Nesse aspecto essa concepção é caracterizada como realista. Assim, aprender é apenas receber o conhecimento já adquirido, é receber a informação já tida como correta, adequada e verdadeira.

Uma outra separação feita pela epistemologia tradicional é quanto à ciência pura (teórica) e a ciência aplicada (ou tecnologia, ou técnica). A primeira é a atividade de produzir conhecimentos, de retratar o mundo como ele é. A segunda é a atividade prática, atividade capaz de interferir no mundo, ou controlar fenômenos. Ensinar e aprender, nesse contexto, são atividades práticas, atividades de efetivamente transmitir e receber conhecimentos. Assim, o conhecimento é importante independentemente de ser ensinado ou aprendido, é importante independentemente de ser útil para interferir nos fenômenos e mudar o mundo.

A concepção tradicional do conhecimento e da epistemologia, em parte, novamente está correta. Isto porque a utilização imediatista e mutilante do saber é capaz de produzir indivíduos que buscam a formação técnica profissional apenas para ter um diploma qualquer, porque isso lhes permite, por exemplo, certa ascensão funcional, no emprego que têm e para aqueles que buscam a inserção no mercado de trabalho, uma maior facilidade já que possuem um diploma. Neste caso, pouco importa o assunto tratado nos cursos de formação técnica. A ascensão profissional e a garantia de um emprego correspondente são a vida real; o que o professor fala na sala de aula é ficção tanto quanto aquilo que está nos romances, nos filmes e nas fantasias de cada um.

Teoria e prática são elementos que não podem ser dissociados. Na visão tradicional a separação entre teoria e prática aparece bem definida, isto é: primeiro o indivíduo conhece, e depois transforma o mundo. A falha dessa concepção está em não perceber que conhecer já é uma forma de transformação, de interferência.

Segundo os realistas, as teorias científicas devem representar e representam o mundo tal como ele é. Os anti-realistas afirmam exatamente o oposto, isto é, há sempre algo construído no conhecimento que o indivíduo produz. A separação entre teoria e prática decorre da idéia de que a mente está fora do mundo, ou é um mundo à parte, em si e separado do mundo físico que nos rodeia. Todo indivíduo interfere nos fenômenos e age no mundo com seu corpo, mas o conhece com sua mente que, segundo os cartesianos, é de outra natureza. Está aí algo que precisa ser separado, isto é, a separação ilusória de mente e natureza deve ser desfeita, deve-se reconhecer que a mente humana não está fora da natureza, mas é parte dela. Sendo assim, não há mais sentido tomar a teoria e a prática como atividades separadas ou distintas.

Diante dos problemas relativos à concepção tradicional do conhecimento, proliferaram na segunda metade do século XX outras alternativas para o fundacionalismo da epistemologia tradicional, como a *teoria da coerência*, ou *coerentismo*. Tanto o coerentismo como o naturalismo são *anti-fundacionalistas*, ou seja, *falibilistas*, partem do reconhecimento de que não se pode dar fundamento último e inacabado para o saber humano.

A teoria da verdade como coerência serve de base para a teoria coerentista do conhecimento. Um dos defensores dessa noção coerentista é Neurath, que se distanciou do fundacionalismo e aproximou-se do naturalismo. Para NEURATH (1959b) e para outros coerentistas, uma proposição ou um enunciado é verdadeiro se é coerente com determinado sistema de enunciados, isto é, se não está em contradição com tal sistema. O sistema de enunciados, por sua vez, tomado em sua totalidade também não corresponde ao mundo. NEURATH (1959b) afirma que só é possível comparar enunciados com outros enunciados, e não com impressões dos sentidos ou estados de coisas.

Para o coerentismo, a coerência é uma propriedade dos sistemas de enunciados. A coerência além da ausência de contradição entre enunciados que compõem um sistema decorre também da abrangência desse sistema. Um sistema é coerente se ao mesmo tempo é isento de contradição e suficientemente abrangente. Julgar a consistência de um sistema de enunciados, ou a consistência de um determinado enunciado em relação a um sistema que tem como referência é tarefa simples, caso o sistema não seja grande demais. Porém julgar a abrangência de um sistema de enunciados, para decidir se este é ou não coerente, é uma tarefa difícil, pois sugere o auxílio de instâncias externas ao próprio sistema o que, para os coerentistas é impossível.

A teoria da coerência é, portanto, uma *teoria internalista*, ou seja, ela afirma que só é possível avaliar o próprio conhecimento com referência a si mesmo. Para os coerentistas um novo enunciado proposto é verdadeiro quando é incorporado ao sistema. E ele é incorporado ao sistema quando é compatível ou quando se faz necessário revisar o próprio sistema, e retirar dele um outro enunciado que por ventura seja contraditório com o enunciado que se quer aceitar.

O coerentismo é falibilista. Nessa teoria os sistemas de crenças ou de enunciados se sustentam por si mesmos ou não se sustentam de forma alguma. Caso haja uma realidade que possa ser representada de acordo com as teorias coerentistas, tal representação pode estar equivocada, pois o indivíduo que busca essa representação pode estar mergulhado no erro, longe da verdade.

O coerentismo também advoga em forma de justificação do conhecimento. Um enunciado só poderá existir se sua aceitação for justificada ou se ele for coerente com um sistema já aceito. Sob o ponto de vista coerentista as justificações ocorrem, mas não as justificações últimas, como pretendiam ou pretendem os fundacionalistas. Não interessa aos coerentistas as circunstâncias de produção do conhecimento, no contexto da descoberta.

O naturalismo provocou uma revolução na epistemologia. QUINE (1960), cujo naturalismo inspirou-se em Dewey, defende a idéia de que para tratar do conhecimento humano deve-se abandonar o ponto de vista fundacionalista da epistemologia tradicional, deve-se deixar de ver a epistemologia como uma teoria de caráter lógico, restrita ao contexto da justificação. Segundo ele a epistemologia deve ser parte da psicologia empírica.

Para QUINE (1995) o conhecimento deve ser compreendido como um fenômeno natural, psicológico, que deve ser tratado por meio de uma investigação empírica, no domínio da psicologia. A questão é explicar como a partir de estímulos que se tem dos objetos que estão à volta de um indivíduo, este chega a formular, como resposta uma teoria sobre o mundo. Segundo QUINE (1995) a epistemologia, como ramo da psicologia, deve explicar a relação entre um estímulo e uma resposta. O que deve ser tratado a respeito do conhecimento é esse fenômeno e os mecanismos por ele responsáveis.

A teoria sobre o mundo que um indivíduo produz é aquilo que ele fala, são sentenças proferidas por ele, cujos termos fazem referência, por exemplo, a objetos físicos e suas propriedades. O que o indivíduo tem como estímulo sobre seus órgãos sensoriais está longe de ser a noção de objeto físico, por exemplo. O estímulo é responsável em produzir como resposta uma fala cujas palavras fazem referência a objetos materiais com determinadas propriedades. Nessa concepção os mecanismos responsáveis pela elaboração que o indivíduo faz ao produzir sua fala, motivado pelo estímulo do mundo a sua volta, não correspondem a mecanismos abstratos compreendidos apenas em suas propriedades lógicas. Esses são entendidos como propriedades do organismo humano.

Também no século XX surge uma outra proposta naturalista em epistemologia que pode ser destacada, trata-se da teoria de Thomas Kuhn. De acordo com KUHN (2000), a ciência avança, acumula-se e aprimora-se em torno de um determinado paradigma – um conjunto de regras, normas, crenças e teorias que direciona, conforme a época, a comunidade envolvida – nos períodos normais. Quando um paradigma se torna limitado demais frente às novas visões, ele entra em crise. Assim começam as grandes revoluções científicas, que duram até o estabelecimento de um outro modelo, eleito como base nas ansiedades estéticas e emocionais da sociedade naquele determinado momento, isto é, uma busca de acordo com o critério das suas verdades. Nesse contexto, Kuhn trata de revoluções científicas e paradigmas e enfatiza o papel da história da ciência para as discussões epistemológicas. Nesse caso, a história é a disciplina empírica para o âmbito da qual as considerações epistemológicas são dirigidas. Além da história aparece também a sociologia e a psicologia.

De acordo com o naturalista ALVIN GOLDMAN (1986) existe uma epistemologia que pode ser tratada como uma análise lógica do conhecimento, mas essa deve conviver com a psicologia e ser amparada por suas pesquisas sobre o conhecimento humano. GOLDMAN (1986), afirma que é necessário descobrir os mecanismos confiáveis responsáveis pela produção de crenças. Esse trabalho deve ficar a cargo da psicologia empírica. A partir dessas investigações o epistemólogo, segundo Goldman, pode resolver problemas relativos à justificação.

De uma forma geral, o naturalismo é uma doutrina sobre a natureza da epistemologia enquanto disciplina e ou sobre as relações da epistemologia com outras disciplinas. Sendo assim o naturalismo corresponde a uma doutrina *meta-epistemológica*, isto é, uma teoria sobre a natureza da teoria do conhecimento. Quine e Kuhn afirmam que o naturalismo é uma *meta-ciência*, ou seja, uma ciência sobre a ciência. Esse naturalismo é conhecido como *naturalismo de teses*, teses sobre a natureza e a tarefa da epistemologia enquanto disciplina. Um outro tipo de naturalismo é o *naturalismo de atitude* que é caracterizado pelo abandono da atitude fundacionalista a fim de adotar uma postura falibilista e a essa acrescentar a disposição da investigar o conhecimento como fenômeno do mundo e, neste sentido, natural.

O naturalismo aparece como uma alternativa que trata o conhecimento como um processo natural, como uma série de eventos no mundo, um processo que não pode ser artificialmente separado de outros, como aprender e investigar. Acredita-se então que não há por que separar a teoria da prática, os contextos da descoberta e de justificação, e conhecer e aprender. Assim, uma das práticas defendida neste trabalho é aquela que visa superar as demarcações e divórcios propostos pela epistemologia tradicional, uma prática até certo ponto naturalista, embora se admita que a noção de aprender e conhecer ainda não se mostra inteiramente clara nessa concepção. Portanto, considera-se a idéia de que aprender é também produzir conhecimento, assim como é o próprio conhecer.

2. EPISTEMOLOGIA E MATEMÁTICA

Diante de uma prática voltada para a construção do conhecimento BKOUCHE (1997) apresenta três categorias referentes à epistemologia: a epistemologia dos fundamentos, a

epistemologia do funcionamento e a epistemologia das problemáticas. A epistemologia dos fundamentos tem como objetivo propor o estudo das condições de legitimação da atividade científica, enquanto que a epistemologia do funcionamento se propõe à análise dos procedimentos e se baseia mais nos significados do conhecimento do que nos seus fundamentos. A epistemologia das problemáticas tem como objetivo analisar como os problemas, que têm conduzido o homem a produzir conhecimento científico, modelaram as teorias criadas a fim de resolver esses problemas.

De acordo com IGLIORI (2002 – apud VERGNAND 1999), no que se refere à matemática a epistemologia corresponde ao estudo do conhecimento matemático a partir de reflexões espontâneas dos próprios matemáticos sobre a natureza de seu conhecimento e dos processos de invenção e de descoberta; a perspectiva histórica, para entender os ambientes sociais e científicos em que novos conceitos e técnicas da matemática emergiram e se desenvolveram, e a incorporação do embate matemático-filosófico sobre os fundamentos da matemática, que incluem o logicismo, o intuicionismo, o formalismo, o construtivismo, dentre outros.

Para POPPER (1974), a epistemologia clássica, centrada nas análises dos fundamentos do conhecimento científico apresentava um modelo trivial para o desenvolvimento do conhecimento científico, interpretando a ciência como uma acumulação linear e contínua das descobertas. Este modelo é posto em xeque quando investigações histórico-epistemológicas contemporâneas definem outros modelos de desenvolvimento do conhecimento científico. Esses “novos” modelos admitem que ao longo do desenvolvimento do conhecimento científico, mudanças importantes são produzidas e que diante dos problemas surgem técnicas pertinentes, de onde novas teorias que interpretam os problemas, servem para justificar as técnicas conectando uns aos outros num modelo mais compreensivo.

Quanto a matemática pode-se estabelecer um modelo de desenvolvimento para informal pondo em destaque a unidade intrínseca entre a lógica da descoberta e a lógica da justificação, idéia apresentada nos primeiros trabalhos de Lakatos.

Dentro desse quadro teórico destaca-se a dependência entre epistemologia e história da ciência. No âmbito da matemática surgem modelos do desenvolvimento do conhecimento matemático que valoriza e reconstitui uma espécie de história interna, que seria uma explicação racional do desenvolvimento do conhecimento matemático feito por um historiador da matemática. Assim, os modelos epistemológicos podem ser mais facilmente entendidos e avaliados com ajuda de dados históricos. A fim de completar essa construção racional deve-se também lançar mão de uma história externa, isto é, sociopsicológica.

GÁSCON (1994), chama a atenção para o fato de que é preciso haver uma nova ampliação da epistemologia da matemática. Esta ampliação deve ocorrer juntamente com a didática que por sua vez deve incluir, como objeto de estudo, as transformações que sofrem os conhecimentos matemáticos a serem ensinados e os modelos mais ou menos explícitos do saber matemático que são construídos antes de serem incluídos em um processo didático.

A análise epistemológica se faz necessária dentro de qualquer contexto que esteja efetivamente preocupado em identificar os possíveis obstáculos e as eventuais dificuldades enfrentadas no processo de aprendizagem.

4. SITUAÇÕES DIDÁTICAS

A forma pela qual os conteúdos são apresentados aos alunos, sem dúvida alguma, interfere de forma decisiva na aquisição de novos *saberes e conhecimentos*². A análise das diferentes formas de apresentação do conteúdo matemático ao estudante corresponde a

² Para PAIS (2001, p.36) “o saber está relacionado ao plano histórico da produção de uma área disciplinar” enquanto que “o conhecimento é considerado mais próximo do fenômeno da cognição, estando submetido aos vínculos da dimensão pessoal do sujeito empenhada na compreensão de um saber”.

chamada *teoria das situações didáticas*. Essa teoria é descrita de acordo com o modelo teórico desenvolvido na França por BROSSEAU (1996). Dentre todas as teorias desenvolvidas nas últimas décadas, essa se faz relevante por abordar com maior especificidade questões relacionadas ao saber matemático, justificando dessa maneira a escolha feita.

A teoria desenvolvida por Brosseau baseia-se no fato de que todo procedimento didático visa principalmente realizar uma educação – em especial a educação matemática – mais significativa para o aluno. Tal significado corresponde especificamente, proporcionar ao aluno conhecimento verdadeiro vinculado ao processo *exis-tencial*, sendo esse o princípio básico de condução de toda análise didática. A busca desse significado leva-nos a refletir sobre a forma com que se pode conceber e apresentar aos alunos o conteúdo matemático escolar. Diante disso, o desafio está na especificidade do saber matemático.

Na maior parte das vezes o conteúdo matemático é apresentado isoladamente do mundo do aluno, desprovido de toda e verdadeira expressão educativa. Essa forma, sem vínculo com uma realidade, é incapaz de possibilitar um processo autêntico de transformação pela aprendizagem.

Segundo FREITAS (2002), o significado matemático escolar para o aluno é formalmente influenciado pela forma didática com que o conteúdo lhe é apresentado. Pode-se observar então que o envolvimento do aluno é fruto de uma relação entre as atividades de aprendizagem propostas. O envolvimento depende da estruturação de atividades diversificadas que se apresentam por meio das *situações didáticas* criadas pelo professor. A noção de situação didática pode ser encontrada em BROSSEAU (apud ARTIGUE, 1988), isto é:

“Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendido eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educacional (professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição”. (p. 8) .

As situações didáticas são regidas por um tipo de *contrato didático* pré-estabelecido entre professor e aluno, isto é, um conjunto de obrigações implícitas e explícitas relativas a um saber entreposto entre professor e alunos.

As situações didáticas possibilitam investigar toda a problemática da aprendizagem matemática e ainda possibilitam desvelar aspectos que ocorre durante a resolução de problemas e a elaboração de conceito por parte dos alunos. As situações didáticas devem trabalhar rumo a uma redescoberta do conhecimento, prática que só é possível quando se tem um quadro muito bem definido. Não consiste, de forma alguma, numa prática educativa de simples reprodução, em menor escala, do contexto do trabalho científico.

O papel do professor não é a simples comunicação de um conhecimento, mas a devolução de um bom problema. Isto é, cabe ao professor comunicar em enunciado e promover uma espécie de transferência de responsabilidade. A partir do momento que o aluno aceita o desafio intelectual e o resolve inicia-se o processo de aprendizagem. Porém, entre a devolução do problema e a aprendizagem, existem várias etapas a serem percorridas. Nesse sentido faz-se necessário analisar algumas situações didáticas particulares, que propiciem essa progressão da aprendizagem.

Essa progressão ocorre dentro de uma dinâmica que sofre várias interferências, interferências de diversas ordens e variáveis. Dentro dessas interferências têm-se aquelas sobre as quais o professor não tem nenhum controle e outras que podem ser razoavelmente controladas por ações didáticas específicas.

As interferências sobre as quais o professor não tem controle podem ser entendidas a partir do que Brosseau chama de *situação a-didática*. Uma situação a-didática caracteriza

determinados momentos do processo de aprendizagem nos quais o aluno trabalha de forma independente, não sofrendo nenhum tipo de controle direto por parte do professor.

Segundo BROSSEAU (1986) uma situação a-didática ocorre quando um aluno se torna capaz de pôr em funcionamento e utiliza por si mesmo o saber que está construindo, em situações não presentes em qualquer contexto de ensino e também na ausência de qualquer indicação intensional.

No âmbito da matemática, o aluno pode fazer investigações matemáticas, independentemente do sistema educativo ou da intenção pedagógica do professor, vivenciando situações a-didáticas.

Um problema é para o aluno um ente importante para a construção de sua aprendizagem. BROSSEAU (1986), denomina aprendizagem por adaptação, aquela que o aluno se defronta com a necessidade de adequar o seu conhecimento a um determinado problema que lhe foi proposto num quadro de situação didática. Assim, a aprendizagem formal aparece em contraposição a aprendizagem por adaptação, uma vez que procura sobrepor a memorização, a técnica e os processos de automatismo à compreensão verdadeira das idéias matemáticas. Diante disso, deve-se reconhecer a importância do aspecto formal da matemática, mas não estabelecer uma atitude radical, reduzindo o ensino a esse tipo de representação.

Para FREITAS (2002), a redução do ensino ao aspecto formal da matemática não pode em si representar a essência do conhecimento. Os momentos mais importantes da aprendizagem estão nas situações a-didáticas. De fato, pois o sucesso do aluno em situações a-didáticas traduz o seu êxito por meio de condições próprias dando ao aluno o mérito de sintetizar um conhecimento.

Cabe ao professor escolher adequadamente um problema para que ocorra uma ou mais situações a-didáticas. Mas isso, só é possível dentro de uma dinâmica que considera todo um conjunto de relações estabelecidas entre professor, aluno e o meio sob os quais ambos estão inseridos. Essa relação envolve uma diversidade de conceitos e busca a síntese de determinados conhecimentos. Dentro das diversas situações a-didáticas a síntese do conhecimento pode ser caracterizada como um delas.

Entende-se que o processo de construção do conhecimento não está atrelado apenas ao fato de “dar boas aulas” mas, também na elaboração de “boas questões”. Isso porque nem toda associação de respostas, aos problemas podem ser consideradas como aprendizagens significativas. Essa associação pode ser feita por meio de simples esquemas de condicionamento. Porém, diante de uma proposta construtivista, o papel principal do professor deve ser o de encontrar problemas adequados que possam promover a mobilização de conhecimentos pelo aluno, impulsionando-o para a elaboração de novos saberes matemáticos.

4. OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS

A noção de obstáculo epistemológico permite perceber a independência entre epistemologia e didática. A idéia de obstáculo epistemológico surgiu em 1938 com Bachelard e é introduzida no campo da educação matemática em 1976.

Muitos professores acreditam que o espírito funciona como uma aula, isto é, que sempre é possível reconstruir uma cultura falha pela repetição da lição, que uma demonstração matemática pode ser entendida por meio da repetição de cada passo. BACHELARD (1996) chama atenção para o fato de que os professores muitas vezes não levam em conta que os estudantes, de uma maneira geral, entram nas aulas com conhecimentos empíricos já construídos. Dessa forma acredita-se que não se trata de adquirir uma cultura experimental, mas sim de mudar de cultura experimental, de derrubar obstáculos já sedimentados pela vida cotidiana.

Nesse sentido faz-se necessário mobilizar permanentemente toda a prática pedagógica, a fim de propiciar meios que de fato substituam o saber fechado e estático por um saber dinâmico, dialético. Dentro dessa perspectiva é preciso “oferecer enfim à razão razões para evoluir” (BACHELARD, 1996 p. 24).

Em matemática as idéias de Bachelard tornam-se importantes, no sentido que servem para conciliar as dimensões prática e teórica da didática. Assim, destaca-se a noção de racionalismo aplicado que corresponde à valorização da constante integração entre o aspecto racional de uma teoria científica e sua projeção no plano experimental.

Dessa forma toda análise teórica deve ser submetida aos conflitos existentes no campo experimental, da mesma forma toda experiência empírica deve ser submetida à fundamentação de uma referência racional. Ambas existem de maneira entrelaçadas, conectadas, sendo complementares.

Quanto aos obstáculos epistemológicos na matemática, BACHELARD (1977) adverte que estes devem ser analisados com cautela, pois a matemática apresenta especificidades que diferem das ciências em geral. Assim, pede-se falar em obstáculos didáticos, que ocorrem no âmbito da aprendizagem escolar, a fim de superar esta dificuldade. A noção de obstáculo didático surge da comparação entre a evolução dos conceitos, no plano histórico dos saberes científicos, e o fenômeno cognitivo, no plano subjetivo da elaboração do conhecimento.

Para BROUSSEAU (1986), os obstáculos epistemológicos em matemática são aqueles ligados à resistência de um saber mal—adaptados, no sentido bachelardiano, e o vê como meio de interpretar alguns dos erros recorrentes e não aleatórios, conectados pelos alunos, quando lhes ensinados alguns tópicos da matemática.

De acordo com BROUSSEAU (1988), o obstáculo é construído como um conhecimento, com os objetos, as relações, os métodos de apreensão, com as evidências, as ramificações imprevistas. Este obstáculo tenta resistir, adaptar-se, modificar-se, otimizar-se num campo reduzido, segundo um processo de acomodação bem sucedido.

ARTIGUE (1990), destaca como obstáculo epistemológico dentro da matemática os abusos feitos com generalizações e tratamentos formais prematuros dentro do contexto de ensino aprendizagem da matemática. Muitas vezes a generalização formal, prematura e abusiva faz com que os alunos elaborem esquemas de reconhecimentos falsos aplicando-os de forma errada em muitas situações.

A idéia de uma matemática exata fechada como a ciência dos números, dos resultados precisos acabam muitas vezes servindo de obstáculo epistemológico para o entendimento do significado de fenômenos aleatórios, fenômenos pelos quais justificam a teoria das probabilidades. A idéia de uma ciência determinística surge como um obstáculo a essa “nova possibilidade” de experimentos.

Desconstruir essa idéia determinística é um dos desafios do professor de matemática ao ensinar teoria das probabilidades. Torna-se nesse momento indispensável o uso do racionalismo aplicado desenvolvido por Bachelard. Através do racionalismo aplicado, experimentos práticos podem funcionar como mecanismos de ruptura da idéia que se criou a respeito da matemática. Essa idéia de que a matemática é uma ciência determinística talvez, seja interiorizada por grande parte dos alunos devido a organização didática dos conteúdos.

O ensino da teoria das probabilidades, muitas vezes, aparece isolado dentro do currículos, contribuindo dessa forma, não só com a criação de um obstáculo, mas também, para a falta de adaptação e solidez dos significados dessa teoria no âmbito da matemática, como um todo e da carreira a qual o estudante está inserido. A fim de superar essa prática, propõe-se um trabalho voltado para a resolução de situações-problema que envolve, mesmo de maneira intuitiva, conceitos referentes à chance de uma determinada situação ocorrer. Estas situações deve apresentar contextualizações adequadas a área do estudante e não apenas se resumir a lançamentos de dados ou retirada de bolas “brancas” ou “pretas” de urnas.

Assim, a resolução de problemas surge como uma boa estratégia didática para o ensino de matemática. Porém, é preciso deixar claro que existem diferenças entre a abordagem dada pelo ensino tradicional e a num ensino que considera a noção de situação didática. Para PAIS (2001), dentro de um referencial teórico que leva em conta a teoria das situações didáticas, há uma interpretação teórica das situações, que não estão diretamente sobre o controle pedagógico, mas essa impossibilidade de controle não impede o reconhecimento da sua importância para a aprendizagem – fato que não ocorre quando se tem uma postura tradicional.

Diante de situações de pesquisa de solução de um problema, variadas formas de raciocínio são levadas em conta, sem o controle do professor. Essa prática contribui para o surgimento de uma riqueza de idéias provenientes do imaginário do aluno, que em síntese conduziram a solução do problema proposto. E é essa a principal característica da teoria das situações didáticas, a consideração dos momentos de síntese na resolução de problemas.

Mas, ao propor um problema o professor deve estar atento aos possíveis obstáculos didáticos que podem surgir. Ao trabalhar a noção de probabilidade o primeiro obstáculo a ser transposto está em desconstruir a idéia de que a matemática é a ciência que lida apenas com experimentos determinísticos. Não basta apenas apresentar de maneira formal a definição de probabilidade e repetir a resolução exaustiva de problemas clássicos. É preciso, primeiramente, propor uma situação de ação onde o aluno realiza procedimentos mais imediatos a fim de buscar a solução do seu problema. Tais situações devem ter o predomínio quase que exclusivo de aspectos experimentais do conhecimento. O trabalho com situações de formulação, isto é situações onde o estudante utiliza modelos teóricos explícitos na construção de soluções também é importante, uma vez que nestas situações, o estudante terá faz uso de uma linguagem mais apropriada no uso de informações que ele possui. Mas, além deste dois tipos de situações que devem ser propostas pelo professor existem ainda mais outras duas: situações de validação e situações de institucionalização. As situações de validação servem muitas vezes para contestar ou mesmo rejeitar proposições, pois é por meio destas situações que o estudante pode fazer uso de mecanismos de provas a respeito de informações já feitas. As situações de institucionalização têm por finalidade estabelecer o caráter de objetividade e universalidade do conhecimento. A necessidade destas situações se justifica diante da exigência de se fixar, por uma convenção, o estatuto cognitivo de um conhecimento.

Diante de uma situação de ação o aluno muitas vezes sente a necessidade de avançar e aprofundar discussões relativas à solução do problema ou mesmo referente a conseqüências que a eventual solução traz. Essa postura exige do aluno um aprofundamento de sua atitude reflexiva e com isso diante dessa situação a-didática o aluno começa a fazer conjecturas sobre a validade das afirmações feitas, mesmo que de forma interiorizada, daí vê-se que o aluno encontra-se numa situação limite, indo em direção a uma nova situação didática, rumo as situações de formulação e validação.

Para o professor esse é um dos grandes momentos do processo ensino aprendizagem, pois o verdadeiro professor anseia esse engajamento do aluno voltado para a explicação dos porquês, para a certeza, para ausência de contradições – características essenciais do pensamento matemático.

BALACHEFF (1988) conceitua vários entes ligados à validação. Sua intenção, dentre outras, é conceituar de maneira precisa às noções: processo de validação, explicação, prova e demonstração. Para BALACHEFF (1988), um processo de validação se caracteriza principalmente como uma atividade que objetiva assegurar a validade de uma dada proposição matemática, podendo ainda consistir na produção de uma explicação teórica. Uma explicação corresponde a um tipo de discurso que tem por finalidade tornar um conhecimento compreensível a uma outra pessoa. Aquele que explica já está convencido da verdade do que afirma sem, entretanto, compartilhar com aquele que recebe tais afirmações. A prova consiste

numa situação particular onde uma explicação é reconhecida e aceita por certo grupo de pessoas num momento preciso. A validade restrita ao conhecimento, nesse contexto da prova, não depende exclusivamente daquele que faz sua afirmação. As demonstrações são determinados tipos de provas aceitas pelos paradigmas da comunidade matemática. A estrutura de uma demonstração se constitui de uma seqüência lógica de deduções de caráter formal, feitas por meio de regras bem definidas, apoiando-se em proposições verdadeiras, que permitem concluir a veracidade de um dado teorema. As deduções, muitas vezes, contém afirmações cuja validade é admitida por si mesmas, tais afirmações são os axiomas. LAKATOS (1978) afirma que o desenvolvimento da matemática se dá através de um processo heurístico de provas e refutações.

Torna-se oportuno observar nesse momento que as situações de validação e formulação acabam sendo indissociáveis. Isso se dá pelo fato de que a produção de provas exige que seja constituído um sistema comum de validação, sistema que ocorre por meio de uma linguagem oral ou escrita, no seio de um grupo social, mesmo que restrita a apenas dois indivíduos. Essas duas linguagens podem se apresentar sob uma forma natural ou sobre uma forma simbólica. Na produção de uma prova, o que se nota na maior parte das vezes, é a falta de um domínio maior da linguagem formal da matemática. Sendo assim, um dos grandes desafios do professor de matemática é adotar uma metodologia específica que conduza a aquisição dessa habilidade por parte do aluno.

No método de Sócrates caracterizado como *maiêutica*³, o papel dele não era transmitir um saber pronto e acabado, mas fazer com que o indivíduo, seu interlocutor, através da dialética, da discussão no diálogo, dê a luz a suas próprias idéias. A dialética socrática operava inicialmente através de um questionamento de crenças habituais de um interlocutor, interrogando-o, provocando-o a dar respostas e a explicitar conteúdo e o sentido dessas crenças. Em seguida, ocorre problematização dessas crenças, fazendo com que o interlocutor caia em contradição, perceba a insuficiência delas e sinta-se perplexo. A partir daí o indivíduo tem o caminho aberto para buscar o verdadeiro *conhecimento*⁴, afastando-se do domínio da *opinião*⁵.

Na prática do ensino de matemática as situações didáticas podem ser trabalhadas através de uma abordagem metodológica socrática, isto é, tendo como princípio básico à valorização dos conhecimentos prévios dos alunos, que deverão brotar por meio de questionamentos adequados.

Segundo MARCONDES (2002), a concepção filosófica de Sócrates pode ser caracterizada como um método de análise conceitual. Através do diálogo se busca a definição de uma determinada coisa. Toda discussão parte da necessidade de se entender algo melhor. No método socrático há um questionamento do senso comum, das crenças e opiniões que o indivíduo possui, que são consideradas vagas, imprecisas, derivadas de nossa experiência e, portanto parciais e incompletas. É a reflexão filosófica que vai mostrar que o entendimento que se tem a respeito de algo corresponde a um entendimento prático, intuitivo e muitas vezes imediato. O método socrático revela a fragilidade desse entendimento e aponta para a necessidade e para a possibilidade de aperfeiçoá-lo através da reflexão.

Na concepção socrática a melhor compreensão só pode ser resultado de um processo de reflexão do próprio indivíduo, que descobrirá a partir de sua experiência, o sentido daquilo que busca. Isso ocorrerá através de sucessivos graus de abstração e do exame do que essa própria experiência envolve, explicitando o que no fundo está contido nela. Dessa forma, o

³ Maiêutica significa literalmente a arte de fazer o parto, uma analogia com o ofício da mãe de Sócrates que era parteira.

⁴ Sócrates denomina esse conhecimento como episteme.

⁵ Sócrates denomina essa opinião por doxa.

que se tem é o exercício intelectual em que a razão humana deve descobrir por si própria aquilo que busca.

Sócrates já mais respondia as questões que formulava, apenas indicava o caminho a ser percorrido pelo próprio indivíduo, sendo esse o sentido originário do método. Não há substituto para esse processo de reflexão individual. A definição concreta nunca era dada por Sócrates, mas através do diálogo, e da discussão, Sócrates fazia com que seu interlocutor – ao cair em contradições, ao hesitar quando parecia seguro – passasse por todo um processo de revisão de suas crenças, opiniões, transformando sua maneira de ver as coisas e chegando, por si mesmo, ao verdadeiro e autêntico conhecimento.

Assim, no âmbito do ensino da matemática entende-se que a atitude pedagógica apropriada deve estar inspirada na prática de conceder, nos limites das possibilidades, na oportunidade para que o aluno elabore o seu próprio conhecimento. Nesse sentido a concepção de aprendizagem tem uma proximidade ao método socrático. As situações didáticas seriam responsáveis em fazer com que a aprendizagem aconteça de forma natural, como consequência exclusiva do aspecto do próprio saber matemático, onde a própria metodologia de ensino já é identificada ao método de elaboração lógico-dedutiva do conhecimento matemático.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sem dúvida alguma no processo educacional a educação pode acontecer de diferentes maneiras, locais ou motivos, mas principalmente acontecer através das interações entre pessoas e com o meio. Todo processo educacional consiste numa atividade que envolve três elementos principais: aquele que ensina, aquele a quem se ensina, e aquilo que o primeiro ensina ao segundo – conteúdo.

Nesse contexto, o professor é o responsável em propor situações didáticas que serão caracterizadas pelas múltiplas relações pedagógicas estabelecidas entre o professor, os alunos e o saber. A finalidade de tais situações é a garantia de uma aprendizagem construída de maneira sólida. Essas situações devem conter problemas cujo contexto é significativo para o aluno, caso contrário, perde-se a dimensão de seus valores educativos.

A resolução de problemas adequados a uma proposta vinculada a teoria das situações didáticas permite a “quebra” de barreiras e/ou obstáculos didáticos que impedem a construção de uma aprendizagem bem sucedida.

Propor boas situações didáticas não consiste numa tarefa simples. É necessário que o professor tenha um conhecimento aprofundado sobre determinados assuntos, a fim de propor situações que estejam de acordo com os objetivos de ensino a serem alcançados, que sejam atividades motivadoras na busca da construção de um saber por parte dos alunos, que sirvam de instrumentos para garantir o contrato didático pré-estabelecido e que dentre outras coisas, possibilitem uma abordagem socrática a fim de potencializar quebras verdadeiras de obstáculos epistemológicos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACHILLES, H. **Aspectos referentes ao ensino de matemática com aplicações de modelos característicos à teoria da confiabilidade**. 2006. Dissertação de Mestrado. Departamento de pesquisa e Pós-graduação. CEFET-RJ. Rio de Janeiro.

_____. “Obstáculos Epistemológicos no Processo de Aprendizagem da Matemática”. In: **I Seminário de Epistemologia e Teorias da Educação**. Campinas: UNICAMP, 2005.

ACHILLES, H.; FERNANDES, J. L.; PINHO, M. O.; UTSCHE, M. M. L. “Paradigmas educacionais e o ensino de estatística nos cursos de engenharia”. In: **Anais do XXXIII**

Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia – COBENGE. Campina Grande: UFCG 2005.

ARTIGUE, M. “Epistémologie et didactique”. In: **Recherches em didactique dès mathématiques.** Grenoble: v. 10, n. 2, pp. 241 – 285, 1990.

_____. “Ingénierie didactique”. In: **Recherches em didactique dès mathématiques.** Grenoble: v. 9, n.3 pp. 183 - 189, 1988.

BACHELARD, G. **A formação do espírito científico.** 3 ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1996.

_____. **O racionalismo aplicado.** Rio de Janeiro: Zahar, 1977.

_____. **A filosofia do não; o novo espírito científico; a poética do espaço.** São Paulo: Abril Cultural, 1978.

BALACHEFF, N. **Une etude des processus de prevue en mathématique chez dès élèves de collège.** Tese, Universidade J. Fourier, Grenoble, 1988.

BROUSSEAU, G. “Lê contrat didactique: lê milieu”. . In: **Recherches em diadactique des mathématiques.** Grenoble: v. 9, n.2, p. 309-336, 1988.

_____. “Fundements et méthodes de la didactique des mathématiques”. In: **Recherches em diadactique des mathématiques.** Grenoble: v. 7, n.2, p. 33-115, 1986.

BKOUCHE, R. Epistémologie, histoire et enseignement dès mathématiques. For the learning of mathematics. In: **International Journal of Mathematics Education,** v.17, n.1, pp. 34 – 42, 1997.

DESCARTES, R. **Discurso do método.** Col. Pensadores. 2 ed. São Paulo: Abril, 1980.

DEWEY, J. **Experience and education.** New York: Touchstone, 1997.

_____. **Experience and nature.** La Salle, I11, Open Court, 1997.

DUTRA, L. H. de A. **Epistemologia da aprendizagem.** Rio de Janeiro: DP&A Editora, 2000.

FREITAS, J. L. M. “Situações didáticas”. In: **Educação matemática: uma introdução,** Série Trilhas, EDUC, pp. 65 – 87, 2002.

GASCÓN, J. “Desarrollo del conocimiento matemático y analisis didático: Del patron de analisis-sintesis a la gênesis Del lenguaje algebraico”. In: **RDM,** v. 13 n.3, p. 295-331. Grenoble, 1994.

GETTIER, E. “Is justified true belief knowledge?”. In: **Analysis,** v. 23 pp. 121 -123, 1963.

GOLDMAN, A. I. **Epistemology and cognition.** Cambridge: Havard University Press, 1986.

GRAYLING, A. C. “A EPISTEMOLOGIA”.

Disponível em: <<http://www.odialetico.hpg.ig.com.br/filosofia/epistemologia.html>>. Acesso em 25 de outubro de 2005.

IGLIORI, S. B. C. “A noção de obstáculo epistemológico e a educação matemática”. In: **Educação matemática: uma introdução,** Série Trilhas, EDUC, pp. 89 – 113, 2002.

_____. “Conhecimento de concepções prévias sobre números reais: um suporte para a melhoria do ensino/aprendizagem”. In: **Anais do 21º. Reunião Anual da ANPED,** 1998.

JAPIASSU, H. **Interdisciplinaridade e patologia do saber.** Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1976.

_____. **Introdução ao pensamento epistemológico.** Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1992.

KANT, I. **Crítica da razão pura.** Col. Pensadores, v. Kant I. 2 ed. São Paulo: Abril, 1980.

- KUHN, T. S. **A estrutura das revoluções científicas**. 5 ed. São Paulo: Perspectivas, 2000.
- LAKATOS, I. **A lógica do descobrimento matemático: provas e refutações. Ensaio sobre a lógica do descobrimento científico**. Rio de Janeiro: Zahar, 1978.
- MARCONDES, D. **Iniciação à história da filosofia – dos pré-socráticos a Wittgenstein**. 7 ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 2002.
- NEURATH, O. Protocol Sentences. In: Ayer, A.J. (org.) **Logical Positivism**. New York: Free Press, pp. 199 – 208, 1959.
- _____. Sociology and Physicalism. In: Ayer, A.J. (org.) **Logical Positivism**. New York: Free Press, pp.282 – 317, 1959.
- PAIS, L. C. **Didática da matemática: uma análise da influência francesa**. Col. Tendências em educação matemática.2 ed.Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- PLATÃO. **Apologia de Sócrates – Banquete**. São Paulo: Martin Claret, 2003.
- POPPER, K. **A lógica da pesquisa científica**. São Paulo: Cultrix, 1974.
- QUINE, W. **From stimulus to science**. Cambridge: Havard University Press, 1995.
- _____. **Word and Object**. Cambridge: The MIT Press, 1960.

EPISTEMOLOGY, DIDACTICISM AND TEACHING OF PROBABILITY

Abstract: *The analysis epistemology is made necessary inside of any context that is indeed concerned in identifying the possible obstacles and the eventual difficulties faced in the learning process. Inside of that perspective this work has as objective presents some reflections on the importance of this analysis for the process of teaching learning of concepts and mathematical definitions. In that way he comes the concept of obstacles epistemology in the extent of the mathematical education, as well as, some general aspects regarding the epistemology and the didacticism. Before this context they will be lifted up some characteristic problems of the process of teaching-learning of the mathematics, more specifically problems related to the acquisition on the part of the students of the concept of probability. The analysis of those problems allows to present and to discuss some suggestions that can lead to an efficient and effective process for the construction of such concepts and/or definitions.*

Key-words: *Mathematical Education, Epistemology, Didacticism, Probability*