



**COBENGE 2005**

**XXXIII - Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia**

"Promovendo e valorizando a engenharia em um cenário de constantes mudanças"

12 a 15 de setembro - Campina Grande - Pb

Promoção/Organização: ABENGE/UFCG-UFPE

## **UMA ANÁLISE PEDAGÓGICA DA MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS**

**Marcos Azevedo da Silveira - marcos@ele.puc-rio.br**

PUC-Rio, Departamento de Engenharia Elétrica

Rua Marquês de São Vicente, 225

22453-900- Rio de Janeiro - RJ

***Resumo:** Analisa-se o problema da modelagem de sistemas dinâmicos a partir da teoria desenvolvida por Raymond Duval sobre a conversão entre registros de representações semióticas. Em particular, estuda-se a problemática pedagógica do uso e compreensão desta modelagem, seguindo de perto um exemplo retirado da teoria de sistemas lineares.*

***Palavras-chave:** Modelagem, Representações, Teoria Cognitiva, Educação em Engenharia*

### **1. INTRODUÇÃO**

Uma das maiores dificuldades pedagógicas no aprendizado de engenharia está na construção de modelos matemáticos, na sua manipulação e no seu uso para a resolução de problemas de engenharia. Dado que o repertório de representações matemáticas costuma ser fornecido previamente aos alunos, as dificuldades se concentram na relação do modelo (ou dos modelos) com o objeto modelado, na construção dos conceitos abstratos necessários para a modelagem e a resolução do problema, e na transformação e operação destes modelos durante o encaminhamento da solução. A dificuldade fica evidente quando, após a aplicação mecânica do algoritmo ensinado, o aluno não consegue interpretar o resultado, referindo-o ao contexto original. Isto é, não aprendeu o conceito e não apreendeu a relação de modelagem.

Neste trabalho será considerado o aspecto cognitivo deste aprendizado, buscando descrever estas dificuldades do ponto de vista do aluno que aprende, adaptando a teoria semiótica desenvolvida em DUVAL (1995), segundo o caminho delineado em DA SILVEIRA (2005). Desta descrição aparecerão algumas das questões a ser enfrentadas para que ocorra o aprendizado, quando o objetivo é desenvolver a competência de uso da ferramenta de modelagem para a resolução de problemas de engenharia, sem esquecer que, atrás dos modelos, há a conceituação teórica associada. Esta abordagem aprofunda a desenvolvida em DA SILVEIRA (2001) e DA SILVEIRA (2003).

O escopo deste trabalho foi limitado para realçar as questões relativas às mudanças de registro e de representações, aqui essenciais ao aprendizado/construção por parte do aluno de novos conceitos e métodos de resolução, sem precisar discutir o delicado problema da referência à realidade concreta.

## 2. MODELAGEM E REPRESENTAÇÕES

O processo de modelagem pode ser descrito pelo diagrama apresentado na figura 1, comentada ao longo do trabalho.

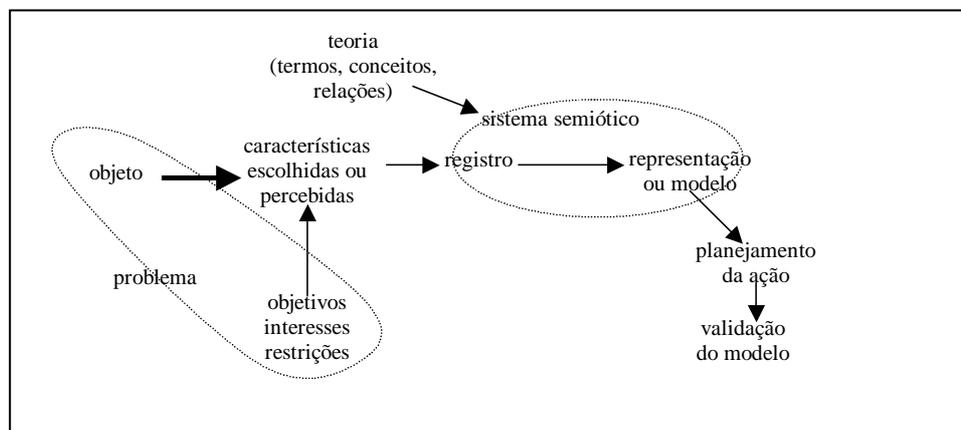


Figura 1 – Modelagem de um problema

Problemas de engenharia são especificados por objetivos a serem atingidos envolvendo um determinado objeto físico ou gerencial, na forma de critérios a serem atingidos sob restrições a serem respeitadas. Como o problema pode não ter solução na sua forma original, ou possuir múltiplas soluções, acaba sendo necessário negociar o relaxamento das exigências ou a escolha da solução a ser implementada dentro de um quadro de interesses mais vasto que o inicialmente exposto, e raramente formalizável<sup>1</sup>.

Segundo a literatura de controle OGATA (1997), a modelagem começa pela escolha das variáveis consideradas relevantes frente aos interesses e objetivos, e das características que lhe são relacionadas conforme as teorias científicas aceitas. A seguir, usando essas teorias e a compreensão lógica do problema, são representados o objeto em estudo, os objetivos e as restrições.

Isto é, o interesse do engenheiro leva à delimitação de uma determinada parcela da realidade e à escolha dos objetivos a serem atingidos (eventualmente expostos na forma de restrições, como "a ponte deve suportar cargas menores ou iguais a 20 toneladas"), que deverá ser representada (usando as teorias aceitas e alguma competência lógica- discursiva) de forma a permitir resolver o problema colocado a partir dos objetivos. O objetivo essencial da modelagem em engenharia é resolver o problema colocado, mesmo que para isso seja necessário relaxar as especificações ou realizar compromissos com outros interesses do cliente ou da sociedade. O objetivo não é a representação do objeto, a mais acurada possível, como é o caso na modelagem científica.

A visão formalista acima exige uma definição mais clara do termo "conceito", visto aqui como um objeto abstrato (eventualmente correspondendo a um objeto concreto, uma intuição ou uma idéia geral via uma regra semântica) ou como uma relação assinalando novas propriedades do objeto de que trata a teoria (um predicado do objeto abstrato) BUNGE (1974). BACHELARD (1968) considera que um conceito pode também ser um *explicandum*

<sup>1</sup> Esta afirmação pode ser apoiada na teoria psico-social de constituição da linguagem e de sistemas simbólicos exposta em VYGOTSKY (1984), ou na epistemologia de HABERMAS (1976). Estes dois autores mostram que mesmo os modelos construídos apenas para compreensão ou por curiosidade atendem a algum interesse, contradizendo uma pretensa "ciência desinteressada".

tornado necessário pela lógica interna da teoria, como "quark", "número de Avogrado" ou "estado do sistema". A "intuição" deste conceito aparece (no cientista e no aluno que aprende) ao longo do trabalho de relacioná-lo com outros conceitos já conhecidos ou com experiências concretas.

Mas continuamos com a mesma questão: como ocorre a construção de conceitos pelos alunos (e demais estudiosos), de um ponto de vista cognitivo? Abstraindo a partir de experiências (indução), ou deduzindo-os a partir de necessidades teóricas (dedução)? Para responder estas perguntas faz-se necessário estudar o problema da abstração e da formação de conceitos de um ponto de vista cognitivo, lembrando que entre o conceito abstrato e o objeto concreto há uma ou várias representações, que, pragmaticamente, representaremos na forma:

**conceito ↔ representação ou modelo ↔ objeto concreto,**

não esquecendo que um conceito se refere a uma teoria e o objeto concreto está imerso em (ou visto a partir de) um problema e interesses subjacentes.

### 3. REPRESENTAÇÕES E CONCEITOS

Para estudar a relação entre representações e conceitos abstratos podemos usar a teoria cognitiva desenvolvida por DUVAL (1995), que, via uma análise semiótica, fornece uma construção que facilita a discussão pedagógica da construção dos modelos e dos conceitos associados, assim como de sua mobilização em atividades de pensamento. A seção 4 tratará da relação entre o objeto concreto e a representação-modelo, através de uma construção dual já contida na figura 1. Nesta figura, os símbolos logo após os títulos indicam que a representação  $\alpha 1$  é uma representação no registro  $\alpha$  dentro do sistema semiótico  $\alpha$ ,  $\alpha 2$  sendo outra representação no mesmo registro e dentro do mesmo sistema,  $\beta 1$  é uma representação no registro  $\beta$  dentro do sistema semiótico  $\beta$ , e assim por diante. Podem existir outras representações nos mesmos registros ou ainda outros registros. Por exemplo, um sistema dinâmico linear pode ser representado por diferentes equações de estado relacionadas por mudanças de coordenadas (tratamentos), ou por uma função de transferência (novo registro), ou por uma grande quantidade de diagramas de blocos; todos relacionados entre si (conversões).

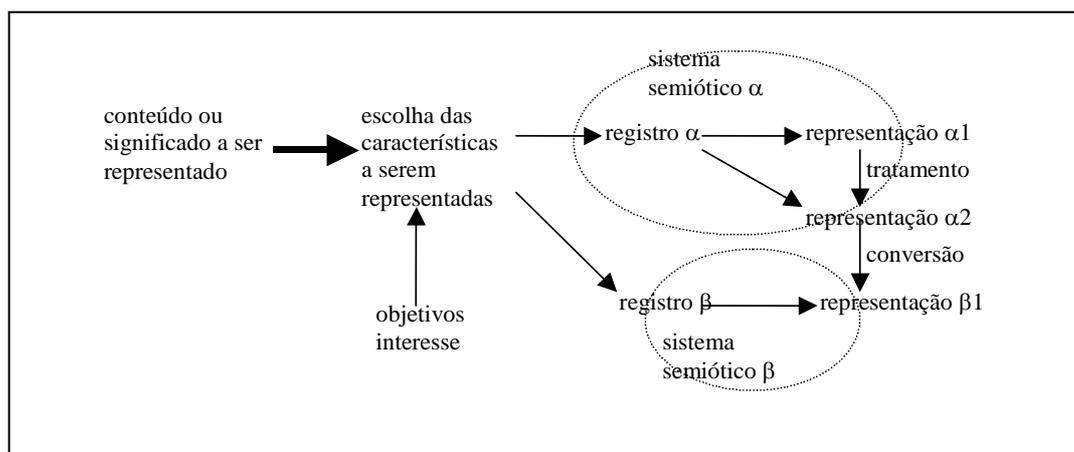


Figura 2 - Representações semióticas de um conteúdo.

Aqui, uma “representação semiótica” é formada por signos pertencentes a um determinado sistema semiótico, o que lhe confere um determinado significado dentro de um dado contexto. Como serão admitidos registros diferentes, isto é, sistemas semióticos diferentes referidos ao mesmo conteúdo, será preciso considerar que os diversos sistemas

fazem parte de um sistema semiótico composto, referido ao mesmo conteúdo (ou a pequenas variações de um mesmo conteúdo), dotado de regras de conversão entre registros diferentes. A figura 2 revê estas definições sob o ponto de vista de sua geração a partir de um conteúdo ou significado inicial, quase sempre uma representação “mental” prévia, que será, ao longo do aprendizado, transformada em "conceito".

O mesmo conteúdo pode ser representado sob diferentes registros, cada um deles admitindo diferentes representações. Um exemplo, a ser estudado mais adiante, é a modelagem de um sistema de controle linear, que pode usar diferentes registros como diagramas de blocos e diagramas de fluxo de sinais, equações de estado, ou um conjunto de funções de transferência.

Porque usar diferentes registros? Tradicionalmente, passa-se a outro registro para:

- facilitar cálculos (e.g., o uso da transformada de Laplace – levando a funções de transferência – para resolver equações diferenciais ordinárias lineares),
- fazer emergir ou facilitar a construção de novos conceitos (no mesmo exemplo, os conceitos de amplificação estacionária, pólos e zeros)
- ou facilitar a compreensão do problema (os diagramas de blocos facilitam a compreensão de sistemas interligados).

A relação entre representações do mesmo objeto em registros diferentes é o que Duval chama de "conversão" entre registros.

Em um dado registro podem ser construídas diferentes representações, relacionadas entre si pelo que Duval chama de "tratamento". Dado um diagrama de blocos, este pode ser transformado em outro diagrama equivalente, na busca de obter novas informações sobre o sistema modelado - transformações estas regidas por simples regras algébricas. O mesmo pode ser feito quanto às equações de estado, onde o tratamento mais freqüente é a mudança de coordenadas do espaço de estado, usada para obter representações que esclareçam os pontos de interesse para o projeto de controladores (passar de uma representação inicial à uma diagonal, ou à uma forma canônica). As conversões de um para outro registro (de diagramas de blocos para equações de estado, por exemplo), os tratamentos, são mais complexas que a aplicação de algumas regras algébricas, exigindo um domínio mais profundo do conteúdo (no caso, o conceito de "estado" em sua plenitude).

O uso didático da teoria de Duval parte do princípio de que o aluno pode não ter se apropriado completamente do conteúdo representado, podendo operar (“tratar”, *cf* Duval) uma representação como um jogo, sem perceber claramente os significados dos termos: “Tudo se passa como se a compreensão que a grande maioria dos alunos tivesse do conteúdo ficasse limitada à forma da representação utilizada” DUVAL (1995), p. 19. O uso de uma representação apropriada permite evitar a remissão contínua dos símbolos a seu significado, economizando o trabalho de pensamento através do tratamento meramente simbólico - e esta é uma das principais funções pragmáticas de uma representação, sob a hipótese do domínio do conteúdo associado, transformando o raciocínio em um "cálculo". Mas, ao mesmo tempo, uma única representação reduz o conceito a um cálculo simbólico.

A observação de Duval mostra ser necessário o uso de mudanças de registro (conversões entre registros) para sair do jogo associado às representações, sair do "cálculo" para a "compreensão". Ao mesmo tempo, permite verificar a incompletude do aprendizado do conteúdo, conduzindo o professor a uma nova explicação e/ou gerando desconforto no aluno, o que permitirá/tornará necessária uma reestruturação do que foi aprendido, e, daí, um aprofundamento ou completamento do conceito. Em outras palavras, a Figura 2 assinala o lugar de uma atividade pedagógica (o tratamento entre diferentes registros) que permite retomar as relações indicadas em sentido inverso (da representação ao conteúdo ou significado), de forma a completar a construção do conceito.

Se considerarmos, com DUVAL (2003) e MACHADO (2003), que:

- a) só se tem acesso a conceitos através de suas representações semióticas;
- b) não podemos confundir um objeto (ou um conceito) e sua representação;
- c) o aluno toma contato com conceitos necessariamente através de representações;
- d) as conversões entre registros são irredutíveis a tratamentos entre representações;

concluímos pela necessidade de apresentar os conceitos sob diversas representações e registros, operando os tratamentos e conversões que os relacionam e enfrentando as dificuldades que aí são encontradas.

As setas em negrito nos diagramas das Figuras 1 e 2 assinalam uma etapa comumente chamada de “abstração”. Mas não só a identificação e escolha das características relevantes (donde a abstração das restantes) recebe este nome. Aparece aqui uma noção mais refinada de abstração: o conteúdo comum a um conjunto de diferentes representações sob diferentes registros, estabilizado em alguma representação “mental”. A abstração leva de conjuntos de representações semióticas dentro do mesmo registro e suas regras de tratamento a estruturas de nível mais alto, compostas pelos registros e suas regras de conversão. O resultado deste nível de abstração é o conceito ou conteúdo em estudo, que pode vir a ser aprofundado em níveis superiores de compreensão, ou mesmo relacionado a outros conceitos (formando “teorias”). Chega-se aos níveis sucessivos de abstração descritos por PIAGET (1977) como “abstração reflexionante”.

#### 4. MODELOS E PROBLEMAS

Um "modelo" ou "representação pragmática" DA SILVEIRA (2005) é uma representação dentro de um sistema semiótico, cujos elementos permitem expressar formalmente o problema de engenharia, com seus objetivos, restrições e interesses subjacentes. A alteração do problema (por exemplo, aumentando a precisão exigida, ou a consideração de novas necessidades) pode levar à mudança do modelo. Isto é, o objeto concreto permanece o mesmo, mas sua representação muda, de acordo com o interesse que define o problema.

Um exemplo é o modelo econômico utilizado pelo Banco Central brasileiro entre 1990 e 2005: não leva em consideração o bem estar da população. O objetivo principal é a capacidade de pagamento a médio prazo dos juros dos empréstimos governamentais. Caso o bem estar da população ou objetivos a longo prazo venham a ser considerados de interesse, muda o problema e será preciso mudar o modelo utilizado. Esses diferentes modelos são encontráveis em obras de macroeconomia, expressos em um registro misto (equações e linguagem técnica) próprio aos economistas.

O caráter intermediário do modelo, entre o conceito/teoria e o objeto/problema fica claro na figura 3, obtida por reunião das figuras 1 e 2. A dificuldade da modelagem aparece: é preciso operar simultaneamente com os dois lados da questão, a relação teoria-modelo e a relação problema/objeto-modelo. Na figura 3, nem os sistemas semióticos nem mudanças de teoria foram representados. O objeto concreto é o mesmo, mas variando os interesses, varia-se o modelo, podendo ou não haver variação dos conceitos correspondentes. Como na figura 2, os modelos  $I\alpha_1$  e  $I\beta_1$  representam o Problema I em registros diferentes, observando que podem ser construídos outros modelos em um mesmo registro, digamos modelos  $I\alpha_1$  e  $I\alpha_2$ , ou modelos  $I\beta_1$ ,  $I\beta_2$  e  $I\beta_3$ , por exemplo. Uma modificação do problema original dará origem a novos modelos  $II\alpha_1$  e  $II\alpha_2$  (em um mesmo registro  $\alpha$ ), ou  $II\beta_1$ ,  $II\beta_2$ , etc, em outro registro. A relação existente entre os problemas (só houve "modificação") leva a existir relações entre os modelos de cada um. Daí a seta com duas pontas na figura portando o título "modificação de problema".

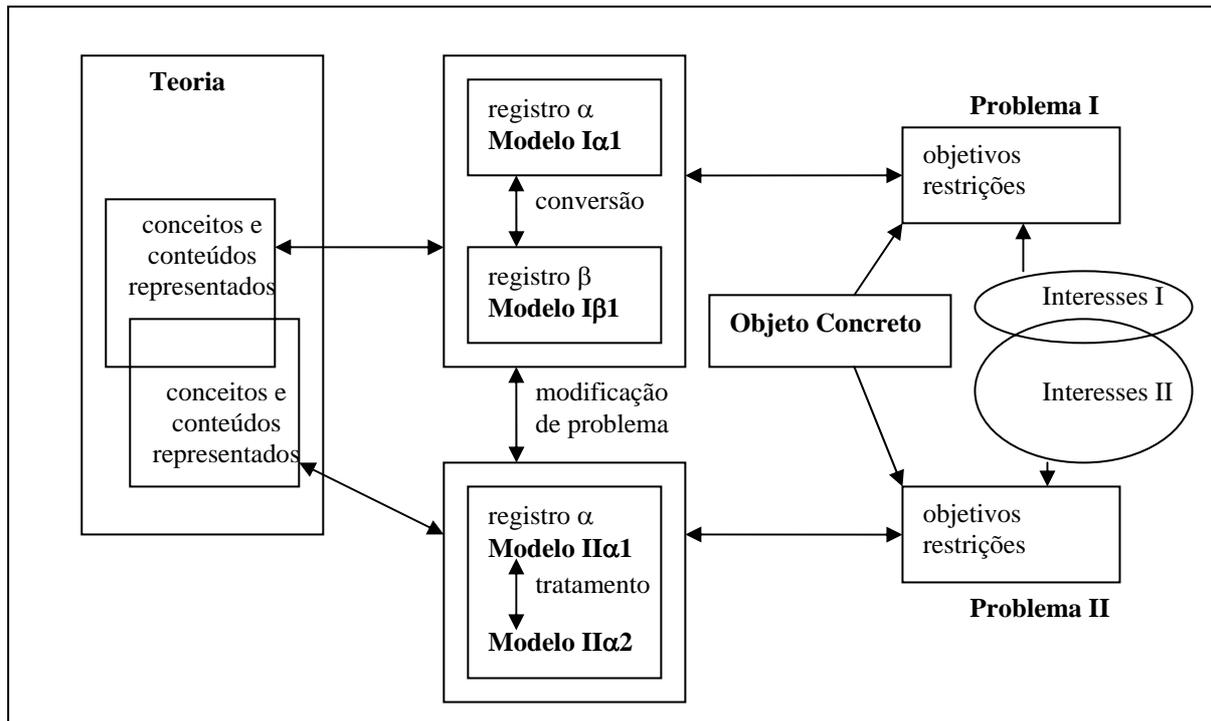


Figura 3. Modelos ou representações pragmáticas.

Isto é, sem mudar o registro da representação, o modelo pode vir a se mudar porque foram mudadas as hipóteses de modelagem. Por exemplo:

- foram adotadas (ou rejeitadas) hipóteses de simplificação, como passar de um modelo local no espaço (ou no tempo) a um modelo global, ou não considerar determinados efeitos por serem considerados pouco importantes (como o bem estar da população no exemplo visto acima);
- passou-se a exigir maior (ou menor) precisão, a ponto de ser necessário mudar a teoria ou colocar (ou retirar) determinados efeitos, como desconsiderar as perdas elétricas nas escovas do rotor, ou passar a considerar os efeitos relativísticos na trajetória de uma estrela dupla;
- passou-se a considerar novas propriedades ou facetas, articulando sub-modelos entre si e enriquecendo a compreensão do problema, como considerar que a carga elétrica de um ventilador não é constante (primeira aproximação, usual para ventiladores a velocidade constante), mas proporcional ao quadrado da velocidade de rotação (o que torna o problema muito mais complexo, pois gera uma realimentação não-linear no problema original).

Em qualquer uma dessas situações aparece a mudança do problema original, revelando um deslocamento do interesse. O que pode exigir novos conceitos ou o abandono de outros anteriormente utilizados. O exemplo econômico acima descrito explica as conclusões diferentes das diferentes escolas econômicas, pois usam modelos diferentes, regidos por suas diferenças ideológicas, apesar de parte do modelo (e dos conceitos correspondentes) ser comum.

Modelos, como representações em registros semióticos, podem ser transformados por tratamento (mudar a base do espaço de estado de um modelo linear), por conversão (passar da função de transferência à uma equação de estado). Porém, mais que isso, mudanças no problema de engenharia podem conduzir a mudanças de modelos, situação mais complexa que do tratamento, pois exige compreender a relação das hipóteses de modelagem com a

representação utilizada, ou até uma mudança de teoria. or exemplo, a consideração de efeitos relativísticos ou quânticos na instrumentação eletrônica.

Por outro lado, problemas diferentes, sobre objetos concretos diferentes, podem levar a um mesmo modelo. Esta é a razão de haver tantas teorias organizadas em torno de modelos-tipo, como "sistemas lineares", servindo à resolução de problemas diversos dotados da mesma estrutura lógica. Uma das principais competências exigidas de um engenheiro hoje em dia é a de reconhecer o modelo-tipo associado a um problema de engenharia; como aparece nas listas de competências das principais associações profissionais e escolas modernas.

Apareceram assim duas novas classes de variações com interesse pedagógico: a variação de objetos concretos (e problemas associados) levando a um mesmo modelo, e a variação de problemas em torno de um objeto concreto exigindo modelos diferentes.

Podemos agora preparar uma lista semelhante à apresentada na seção anterior:

- a) só se compreende objetos físicos ou organizacionais através de modelos (deixando a intuição na categoria de modelos mentais inconscientes);
- b) não podemos confundir objetos físicos e seus modelos;
- c) o aluno conceitualiza as propriedades de um objeto ou problema através de modelos;
- d) as conversões entre registros são irreduzíveis a tratamentos, e as mudanças de modelo (como visto acima) são irreduzíveis a conversões;
- e) a operação de modelagem depende da capacidade de aplicar o mesmo modelo a objetos/problemas diferentes, reconhecendo a relação abstrata construída através do modelo comum, isto é, o mesmo conceito aplicado a questões práticas diferentes;
- f) a relação de modelagem é dependente do problema específico e dos interesses subjacentes.

Concluimos pela necessidade de apresentar os modelos relacionados a diferentes objetos/problemas, destacando suas relações; e modelar problemas diferentes que consideram o mesmo objeto físico ou organizacional, reconhecendo a variação das hipóteses de modelagem. Aparece, assim, um caminho mais completo para a abstração: diferentes problemas exigindo o mesmo modelo; além de diferentes representações e registros para o mesmo conceito.

A questão pedagógica é que explorar/utilizar um dos lados da figura 3 parece exigir previamente o domínio do outro lado. De um lado o paradoxo da compreensão em matemática DUVAL (2003), pg. 21: o aluno só tem acesso ao conceito pela representação, mas não se pode confundir os dois. Por outro lado o paradoxo da compreensão da relação da modelagem: o aluno só compreende o objeto físico e raciocina sobre ele a partir do modelo, mas não pode confundir os dois. Juntando os dois, o paradoxo da construção do modelo: o aluno forma os conceitos abstratos a partir do trabalho com modelos e representações, mas só pode escolher para objetos físicos se já conhece os conceitos teóricos embutidos. Por onde começar, qual o lado da figura 3 a privilegiar no início?

Felizmente o aluno não precisa aprender tudo de uma vez, ao mesmo tempo. A competência e a compreensão dos processos aqui estudados deve ser feita aos poucos, por retoques sucessivos. Talvez começando de situações em que um dos lados admite uma imagem mental icônica ou mais intuitiva, como ocorre com a geometria ou em modelos combinatórios mais simples; quando é mais fácil trabalhar os conceitos. Depois buscar novos objetos e problemas usando o mesmo modelo ou variantes simples, trabalhando a relação de modelagem. Conhecidos modelos simples e seus conceitos, agregá-los em estruturas mais complexas, ou modificá-los por alteração das explorando os conceitos emergentes e a relação de modelagem, agora mais complexa. Ou ainda complexificando o modelo, abandonado algumas das hipóteses simplificadoras e agregando componentes antes desprezados. A história da ciência e da técnica mostra esta dialética constante entre o desenvolvimento do modelo e a construção do conceito. Este assunto será tratado em outros trabalhos, mesmo

porque permite uma abordagem histórica e uma abordagem experimental - neste caso reduzindo-se o estudo a um tema específico de alguma disciplina técnico-científica.

## 5. SUGESTÕES PEDAGÓGICAS

Um ponto a ser inicialmente sublinhado é a passagem de modelos físicos a modelos pragmáticos na engenharia. Os primeiros destinam-se a descrever e explicar fenômenos, os segundos estão comprometidos com a resolução do problema a que estão relacionados.

Outro tipo de modelo descrevendo e explicando relações é o modelo lógico, onde diagramas são utilizados por matemáticos para encaminhar demonstrações, fazer contagens e descrever possibilidades (modelos combinatórios) ou organizar o raciocínio. Nos cursos de engenharia, modelos lógicos e modelos físicos precedem os modelos pragmáticos, embora, ainda hoje, pouca atenção seja dada aos primeiros, que são, no entanto, os mais simples e que mais facilitam discutir a relação de modelagem.

A primeira sugestão pedagógica neste artigo apareceu no último parágrafo da quarta seção, após a apresentação do paradoxo da construção do modelo. Representações e modelos costumam ser construídos a partir de outros, adicionando ou alterando partes. As primeiras representações e modelos estudadas usam situações em que um dos lados da figura 3 é intuitivo ou diretamente icônico: imagens, diagramas lógicos repetindo processos de cálculo, etc., como ocorre em problemas de geometria plana ou em problemas de combinatória. Esta é a razão das disciplinas que usam modelagem nos cursos de engenharia começarem apresentando seus objetos com modelos icônicos, onde cada componente do sistema é representado por um desenho quase naturalista. Depois estuda-se as relações entre componentes, modelando estes a partir de sua geometria ou de algum conhecimento prévio de física, abstraindo pouco a pouco a realidade concreta rumo ao modelo completo e rumo aos conceitos emergentes.

Outras sugestões pedagógicas decorrem de uma análise mais profunda das possíveis incongruências na conversão entre registros e nas mudanças de modelos - assunto de outro artigo, em preparação. Um exemplo simples de sugestão gerada a partir da análise de uma das incongruências na conversão entre registros aparecem em DUVAL (1995), pg. 77: “A discriminação das unidades significantes próprias a cada registro deve ser objeto de uma aprendizagem específica”. Assim, muito cuidado deve ser tomado com a escolha dos símbolos, evitando incongruências irrelevantes. Por exemplo, separar sistemas de sinais por símbolos diferentes, como  $g(s)$  e  $\hat{u}(s)$ . Outra sugestão é manter os mesmos significados sob os mesmos símbolos durante o tratamento. “Freqüentemente, é a discriminação das unidades significantes que falta” DUVAL (1995), pg. 76. No entanto, alterar a simbologia ao passar de um problema para outro pode ser interessante, evitando que o aluno tome a representação pelo conceito, e limite-se ao cálculo formal.

Neste sentido, “explorar todas as variações possíveis de uma representação em um registro fazendo prever, ou observar, as variações concomitantes da representação em um outro registro” DUVAL (1995), pg. 78. Esta é a condição de abstração para a construção efetiva do conceito.

Repetindo o conselho na outra direção do diagrama da figura 3, explorar variações do problema a ser resolvido que não alterem o modelo e também variações do problema que o alterem, de forma a cobrir os diversos tipos de incongruência acima apontados, e tornar explícita e consciente a relação de modelagem.

Da mesma forma, considerar problemas diferentes que conduzam ao mesmo modelo. Este é o objetivo da discussão sobre “tipos de modelos” encontrada em livros da área de controle e automação OGATA (1997), e assunto central da técnica de modelagem por grafos

de ligação KARNOPP e ROSENBERG (1975). Neste campo, a questão apresentada acima para ilustrar a oitava incongruência é especialmente relevante.

Em geral, é importante enfrentar as incongruências diretamente: procurá-las e resolvê-las. Elas são o lugar preferencial da atividade pedagógica.

## 6. UM TESTE PRELIMINAR

Na disciplina Controles e Servomecanismos, ministrada na PUC-Rio, aplicamos a metodologia a partir de projetos, conforme apresentada em DA SILVEIRA (2001) e (2003), nos quatro semestres 2003.2, 2004.1, 2004.2 e 2005.1 (o número depois do ponto indica o semestre). A cada semestre os alunos realizaram três projetos, havendo similaridades estruturais mas não igualdade de projetos em dois semestres consecutivos. No dois últimos reorganizamos a seqüência de perguntas de forma a expor, exigir e discutir com clareza as diferentes transposições e conversões, recuperando-as do problema original até os conceitos envolvidos, fixando bem a invariância dos conceitos frente às mudanças das representações. Por outro lado, estudamos variações dos problemas originais que alteravam parte das representações, buscando tornar claro o que mudava e porque. Esta discussão exigiu muito tempo, pois fez aparecer todas as dificuldades de compreensão já relatadas nos artigos citados acima.

Sendo estas as únicas alterações metodológicas ao longo dos quatro semestres, e as turmas envolvidas compartilhando essencialmente os mesmos descritores sociais, os resultados assim obtidos podem ser comparados. São: semestre 2003.2: (6,9;2,6), semestre 2004.1: (6,9;2,5), semestre 2004.2: (7,7;1,0), semestre 2005.1: (8,0;1,2), onde o primeiro número é a média final da turma e o segundo número a sua variância. Nota-se uma melhora nos semestres onde foi ensaiada uma metodologia baseada na discussão aqui apresentada.

O mesmo teste em sala versando sobre o material do primeiro terço da disciplina foi aplicado nos dois últimos semestres, aproveitando que todos os alunos de 2005.1 eram novos. Em 2004.2 o teste foi aplicado antes da exploração das transposições e conversões, embora toda a teoria já tivesse sido exposta em detalhe, seguindo de perto o material exposto em C. T. CHEN (1993). Em 2005.1 foi usada a mesma estratégia geral, mas o teste só foi aplicado depois da exploração das transposições e conversões (provocada pela exposição do tema do primeiro projeto). Considerando que as amostras de alunos eram semelhantes, a diferença das notas médias revela a vantagem da estratégia: passou-se de 5,5 a 8,5 (as variâncias passando de 0,7 a 1,4).

Observe-se que nos dois semestres os alunos puderam realizar uma segunda versão do teste sempre depois da exploração das transições e conversões. Escolheu-se a melhor nota obtida; de forma a que a alteração da posição do teste não afetasse essencialmente a média final.

Este teste preliminar apenas nos encoraja a considerar a análise semiótica aqui apresentada na preparação da estratégia didática a ser empregada em cursos de engenharia. Estudos analíticos mais precisos devem ser feitos sobre problemas típicos afetando a questão das transposições e tratamentos e sua relação com a formação de conceitos e o domínio da modelagem, talvez repetindo o tipo de estudo apresentado em MACHADO (2003).

## 7. CONCLUSÕES

Freqüentemente, professores fogem do lugar do trabalho pedagógico, onde está o problema a ser enfrentado. Evitam mudar de registro - limitando o aluno ao tratamento de algumas representações, o que o capacita essencialmente a um jogo algébrico. E evitam fornecer modelos diferentes para um mesmo problema - escondendo os problemas das

hipóteses e relações de modelagem. A representação/modelo e os algoritmos propostos ficam sem sentido. Nem o sentido fornecido pelo conceito (a compreensão), nem o sentido fornecido pela referência ao mundo concreto e a seus problemas.

Em resposta a esses problemas aparece o *motu* deste trabalho: variar registros, modelos e problemas, explorar conversões e mudanças, e buscar e enfrentar as incongruências - relacionando representações/modelos a conceitos e problemas concretos, de forma a permitir a abstração e a capacitação no uso destas ferramentas. Para cada área do conhecimento e para cada nível de aprendizado há um trabalho a ser feito, construindo tipologias de problemas e de modelos, identificando incongruências, e buscando os melhores caminhos para resolvê-las através da atividade do aluno, pois é este que deve aprender.

Embora as afirmações acima decorram diretamente da análise apresentada neste artigo, estudos analíticos mais completos sobre problemas específicos ainda estão sendo realizados, estendendo o trabalho na área da pedagogia da matemática - como aparece em MACHADO (2003) - para a área da engenharia.

### ***Agradecimentos***

Entre as análises semióticas apresentadas em DA SILVEIRA (2003) e este trabalho houve a sugestão fundamental da Professora Helena Cury que me apresentou ao trabalho de Raymond Duval, que já desenvolvera a linguagem que me faltava

### **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- BACHELARD, G. *O novo espírito científico*. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 1968.
- CHEN, C. T. *Analog and digital control system design : transfer-function, state-space, and algebraic methods*. Fort Worth : Saunders College Publishing, 1993
- DA SILVEIRA, M. A. Conceitos, Sentido e Competências: Aplicando o Ensino Concorrente, *Revista Brasileira de Ensino de Engenharia* (ABENGE), Vol. 20, n. 2, dezembro 2001, pp. 15-25.
- DA SILVEIRA, M. A. Planificação de Conteúdos e de Problemas: um Ensaio Sobre a Didática do Conceito de Estabilidade, *Revista de Ensino de Engenharia*, Vol. 22, n. 1, 2003, 2003, p. 33-48.
- DA SILVEIRA, M. A. Sobre representações pragmáticas. Aceito para publicação em História e Tecnologia no Ensino da Matemática, volume 2, editores A. P. Jahn, C. A. de Moura, H. N. Cury, J. A. Fossa, L. M. Carvalho e V.R. Giraldo. CDROM. Rio de Janeiro, RJ: IME-UERJ, 2005.
- DUVAL, R. *Sémiosis et pensée humaine*. Berna, Suíssa: Peter Lang, 1995.
- DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: Machado, S. D. A. (org.), *Aprendizagem em matemática*. Campinas, SP: Papirus, 2003.
- HABERMAS, J. *Connaissance et Intérêt*. Paris, França: Gallimard, 1976.
- KARNOPP, D. e ROSENBERG, R. C. *System dynamics : a unified approach*. New York: Wiley, 1975.
- MACHADO, S. D. A. (org.). *Aprendizagem em matemática*. Campina, SP: Papirus, 2003.
- OGATA, K. *Modern control engineering*, 3rd edition. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1997.
- PIAGET, J. *Abstração reflexionante*. Porto Alegre, RS: Editora Artes Médicas Sul, 1977.
- VYGOTSKY, L. *Pensée et langage*. Paris, França: Ed. Sociales, 1985.

**Abstract:** *The problem of dynamic system modelling is analyzed based in Raymond Duval theory about hne conversion between registers of semiotic representations. Specially, the pedagogical problems appearing in the use and understanding of modelling is considered, following an example issued from linear systems theory.*

**Key-words:** *Modelling, Representations, Cognitive Theory, Engineering Education.*