INTERDISCIPLINARIDADE ENTRE GEOMETRIA DESCRITIVA, ÁLGEBRA LINEAR E GEOMETRIA ANALÍTICA.

Henrique José Souza Coutinho - coutinho@cce.ufsc.br
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)
Centro de Comunicação e Expressão ,sala 115 bloco1
CEP 88040-970 - Florianópolis – SC.
Kelen Regina Salles Silva - kelen.silva@unisul.br
Universidade do Sul de Santa Catarina (Unisul)Florianópolis, SC.
CEP 88137- 270– Palhoça- SC.
Edmilson Rampazzo Klen, erklen@cce.ufsc.br
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)
Centro de Comunicação e Expressão ,sala 119 bloco1
CEP 88040-970 - Florianópolis – SC.

Resumo: *De forma geral o ensino nas escolas de engenharia pode, por vezes, ser visto como fragmentado. Algumas disciplinas aparecem como ilhas de conteúdos em uma grade curricular com apenas um conhecimento prévio estabelecido. Este problema pode ser observado na disciplina de Geometria Descritiva, principalmente quando a relacionamos com o Desenho Técnico. Baseado nisto, este artigo apresenta uma integração da Geometria Descritiva com Álgebra Linear e Geometria Analítica sob o foco do tópico de interseção de planos como forma de visualizar a relação entre estas disciplinas como base para o Desenho Técnico. Como método, será apresentado um estudo de caso de interseção de três planos, descrevendo a solução através dos conhecimentos das disciplinas mencionadas. Como conclusão, verifica-se a integração horizontal entre disciplinas de fases iniciais de um curso, rompendo uma barreira de fragmentação. Espera-se que a interdisciplinaridade deva ser uma meta no ensino acadêmico, promovendo um aprendizado permeado por diferentes conteúdos de cada disciplina. Este é um ideal a ser efetivamente trabalhado pelos projetos integradores em cada curso. Desta forma Geometria Descritiva pode desempenhar o importante papel nas abstrações matemáticas espaciais.*

Palavras chave: *Interdisciplinaridade, Geometria Descritiva, Álgebra Linear, Geometria Analítica.*

1. INTRODUÇÃO – PROJETO INTEGRADO X INTERDISCIPLINARIDADE

A integração entre disciplinas dentro de qualquer que seja o curso é apontado hoje como um caminho a ser seguido nos cursos de graduação. Sua importância é sustentada pela criação de disciplinas ou de trabalhos/projetos integrados/integradores. Na elaboração destas ações, buscam-se áreas de concentração de conhecimentos de diferentes disciplinas, objetivando continuidade ou relação entre conteúdos para execução do processo de ensino.

Dentro da proposta do trabalho de Piratelli (2005) para o curso de engenharia de produção, apresenta-se uma síntese da resolução 48/76 do CNE (Conselho Nacional de Engenharia) de 11/03/2002, que propõe ao ensino de engenharia alguns destaques,onde pode-se ressaltar: a flexibilização curricular, o perfil do aluno egresso generalista, a necessidade da existência de trabalhos de conclusão de curso e, principalmente, mecanismos que promovam a interdisciplinaridade.

Cabe aqui uma definição mais formal sobre interdiciplinaridade. Segundo Leis (2005):
...a interdisciplinaridade pode ser definida como um ponto de cruzamento entre atividades (disciplinares e interdisciplinares) com lógicas diferentes. Ela tem a ver com a procura de um equilíbro entre a análise fragmentada e a síntese simplificadora, assim como, entre as visões marcadas pela lógica racional, instrumental e subjetiva.

A proposta dos projetos de integração como mecanismo de interdisciplinaridade, apesar de pedagogicamente correta e atender a resolução do CNE, pode ser considerada de difícil implementação baseado nos seguintes pontos/questionamentos:

- Alunos de diferentes fases ou cursos, resultando em uma formação heterogênea. Como pode-se avaliar diferentes alunos com diferentes condições e perfis no cumprimento de uma tarefa? - dificuldades sobre a formação heterogênea são também apresentadas por Bittencourt (2003) -.
- Falta de interação entre professores - em casos empíricos que quanto maior o número de disciplinas envolvidas, menor é a participação de professores -.
- Ampliação de carga horária de curso. Este problema reside na criação ou não de disciplinas para gerenciar projetos integrados.
- Como e com que critérios devem ser atribuídos notas ou conceitos por diferentes professores em cada disciplina (caso exista a disciplina de projeto integrado)?

Tais dificuldades quando não superadas podem resultar em frustrações de alunos, professores e coordenadores.

A interdisciplinaridade é uma prática a qual os alunos podem acumular experiências do seu uso e importância em diferentes temas acadêmicos. Em algumas situações, a apresentação formal dos tópicos de interdisciplinaridade pode ter o efeito desejado pelo projeto integrador. Algumas propostas bem sucedidas podem ser verificadas em Peixoto (2007), Mariani (2005), Silva e Fonseca (2003).

2. O PROBLEMA – PORQUÊ APRESENTAR A INTERDISCIPLINARIDADE?

A expectativa do aluno ingressante em uma universidade é a possibilidade de dominar e manipular os conhecimentos técnicos e específicos de sua área de interesse. Quanto mais antecipada esta expectativa minimiza-se a evasão de cursos, uma vez que, o conhecimento é verificado e aplicado. Assim, é importante que o domínio e a manipulação destes conhecimentos sejam uma prática das primeiras fases colaborando com a expectativa dos ingressantes.

As disciplinas de Desenho Técnico, Geometria Descritiva e Álgebra Linear e Geometria Analítica fazem parte do ciclo básico, onde, durante os seus estudos, observa-se a ânsia do aluno pela busca pela manipulação destes conhecimentos. Por outro lado, a diminuição histórica da carga horária das disciplinas de Desenho Técnico e Geometria Descritiva, efetivamente não contribuem para a qualidade do aprendizado, como citado por Ulbricht (1992), assim como o tempo necessário para a prática integral do desenho encontra-se comprometido. Com a diminuição,principalmente, da carga horária, abriu-se espaço para disciplinas novas, como também, aparentemente, minimizou-se a importância da linguagem gráfica.

A possibilidade do uso de diversos softwares para o desenho técnico e da modelagem tridimensional restauraram parcialmente o achatamento da carga horária da área de desenho. O uso destas tecnologias contribuiu para abolição do uso de antigos materiais de desenho (réguas T ou paralelas, compassos, canetas nanquim, aranhas, réguas de letras, entre outros). Com a implementação de novas tecnologias, tais como o da Realidade Virtual, pode-se esperar novas evoluções no aprendizado do desenho técnico.

Através do uso de novas tecnologias para o aprendizado do Desenho Técnico, a disciplina de Geometria Descritiva pode, até mesmo, ser condenada ao esquecimento, mesmo sendo de vital importância para o mesmo. Esta afirmação se baseia na possibilidade de um aluno ter um bom aproveitamento em Desenho Técnico, através da utilização de recursos computacionais, sem ter o prévio conhecimento de Geometria Descritiva, que evidentemente é a origem do Desenho Técnico. Desta sequência "aparentemente desordenada" e da ideia da importância do ensino de Geometria Descritiva – e de sua relação com outras disciplinas de base –, apresenta-se a seguir alguns questionamentos:.

O temo a ser debatido é se nesta permuta de carga horária por recurso computacional, é relevante ou não. Neste sentido pode-se transcrever o problema para algumas perguntas de pesquisa:

- A Geometria Descritiva pode auxiliar em outras disciplinas além do Desenho Técnico, mais especificamente Álgebra Linear e Geometria Analítica?
- Existe uma perda no aprendizado na área da Álgebra Linear e Geometria Analítica e Cálculo em detrimento da diminuição da carga horária da Geometria Descritiva?
- A possibilidade de se criar projetos integrados nas primeiras fases entres as disciplinas de Geometria Descritiva e Álgebra Linear e Geometria Analítica, é conveniente para a manipulação/manutenção dos conhecimentos básicos?

O problema se torna ainda mais relevante quando agregamos o tema da interdisciplinaridad.Piratelli et al. (2005) aponta pela incapacidade de algumas escolas de Engenharia de integrar as disciplinas, conhecimentos e conteúdos de um curso, devido principalmente a uma rígida grade de ensino.

3. OBJETIVO

O presente trabalho apresenta como objetivo a possibilidade de ampliar a integração nas primeiras fases entre as disciplina de Geometria Descritiva, Álgebra Linear e Geometria Analítica promovendo a interdisciplinaridade e buscando desenvolver as capacidades dos acadêmicos em diferentes abordagens de ensino.

Além da justificativa da interdisciplinaridade, este trabalho busca promover o aprendizado da Geometria Descritiva através do uso do AutoCAD. Griz, Carvalho, Peixoto (2007) consideram que o Desenho Técnico está formulado com a base na Geometria Descritiva, Álgebra Linear e Cáalculo, permitindo uma evolução acadêmica de base sólida, possibilitando uma formação plena. Desta forma, enfatiza-se a importância dos conhecimentos de Geometria Descritiva.

4. METODOLOGIA – A INTERSEÇÃO ENTRE PLANOS E OS SISTEMAS DE EQUAÇÕES.

Como metodologia para o desenvolvimento deste artigo, será apresentado o tema da Geometria Descritiva, (especificamente através da interseção entre três planos) da Álgebra Linear e da Geometria Analítica (através da resolução de sistemas lineares). Para isto, será utilizado como exemplo, um sistema de dimensão 3 e sua resolução (passo-a-passo) apresentando, paralelamente, a resolução pela Geometria Descritiva.

Esta abordagem direta busca apresentar os conhecimentos e a relação interdisciplinar já nas disciplinas das primeiras fases. Em Luz et al. (2007) foi desenvolvido um trabalho semelhante com alunos do curso de Licenciatura em Matemática da UFPR, com uma metodologia que permitisse ao estudante do ensino fundamental relacionar, de modo amplo, os conhecimentos adquiridos através do estudo da geometria e de buscar diversas relações interdisciplinares na Matemática.

4.1 UNDAMENTAÇÃO DA GEOMETRIA DESCRITIVA.

Na resolução do problema de interseção de planos na Geometria Descritiva é inicialmente necessário o conhecimento e a interpretação de planos representados por seus traços. No passo seguinte, deve ser identificado o cruzamento entre os traços dos planos e, por último, definida a reta de interseção que passa pelos cruzamentos dos traços dos planos já identificados.

No caso de um problema de três planos, se existe solução, esta é um ponto I no espaço. Este ponto é determinado através da identificação do cruzamento das retas de interseção dos planos dois a dois (retas r, s, t). O diagrama de conjuntos abaixo (Figura 1) representa esta situação simplificada.

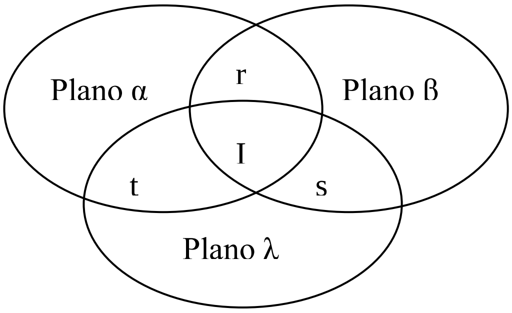


Figura 1 : Representação da interseção entre três planos utilizando Diagrama de Van.

As situações onde o problema não possui solução não serão apresentadas neste trabalho.

4.2 FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA - ÁLGEBRA LINEAR E GEOMETRIA ANALÍTICA.

Um sistema linear possuindo *m* equações e *n* incógnitas (ou variáveis) é escrito usualmente na forma,

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \quad \vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

onde a_{ij} são os coeficientes do sistema ($1 \leq i \leq m$ linhas, $1 \leq j \leq n$ e colunas), x_j são as variáveis (ou incógnitas) ($1 \leq j \leq n$) e b_i são as constantes do vetor de termos independentes ($1 \leq i \leq m$).

O mesmo sistema linear também pode ser apresentado sob a notação matricial: $Ax = b$. A resolução deste sistema linear consiste em calcular os valores de x_j (j = 1, ..., n), caso eles existam, que satisfaçam as m equações simultaneamente.

Sobre os tipos de soluções de um sistema de equações, o sistema pode ser impossível (ou incompatível) se não possui solução, possível (ou compatível) se possui solução. Caso o sistema seja possível, então ele pode ser, determinado se apresentar solução única ou indeterminado se possuir infinitas soluções (LEON, 1998).

Existem alguns métodos de solução para os sistemas lineares, dependendo da dimensão do sistema e condição da matriz inicial, se esparsa ou não e/ou outros atributos. Os métodos: Eliminação de Gauss, método de Gauss-Jordan, inversão de matriz, fatoração LU e fatoração de Cholesky, e os métodos matemáticos iterativos de Jacobi e Gauss-Seidel, buscam em geral facilidades, precisão e eficiência computacional para cada caso de matriz inicial.

4.3 ESTUDO DE CASO – SISTEMA COM SOLUÇÃO ÚNICA.

Neste artigo apresenta-se inicialmente o método formal conhecido como eliminação de Gauss para resolver um sistema com três variáveis e três equações, e um método não convencional na geometria analítica para a solução do mesmo problema na geometria descritiva. É importante, desde já, destacar que apesar do método ser não convencional este é apresentado e sua característica marcante encontra-se na descrição de retas no espaço de dimensão 3, e não no espaço de dimensão 2, como apresentado a seguir no exemplo numérico.

Dado o sistema: $\begin{cases} 5x + 10y + 4z = 60 \\ x + 2y + 2z = 18 \\ 10x + 4z = 40 \end{cases}$

Resolução por eliminação de Gauss

Escrevendo a matriz aumentada do sistema, e escalonando:

$$\begin{bmatrix} 5 & 10 & 4 & 60 \\ 1 & 2 & 2 & 18 \\ 10 & 0 & 4 & 40 \end{bmatrix} \rightarrow (L_1 \leftrightarrow L_2) \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 18 \\ 5 & 10 & 4 & 60 \\ 10 & 0 & 4 & 40 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} L_2 = L_2 - 5 * L_1 \\ L_3 = L_3 - 10 * L_1 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 18 \\ 0 & 0 & -6 & -30 \\ 0 & -10 & -16 & -50 \end{bmatrix} \rightarrow (L_2 \leftrightarrow L_3) \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 18 \\ 0 & -10 & -16 & -50 \\ 0 & 0 & -6 & -30 \end{bmatrix}$$

Reescrevendo o sistema escalonado:

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 18 \\ -10y - 16z = -50 \\ -6z = -30 \end{cases}$$

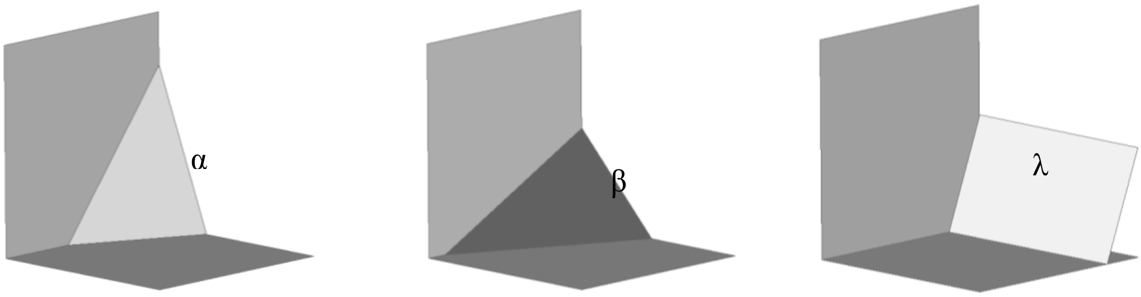
Resolvendo por retrosubstituição:

Solução: ($x = 2$, $y = 3$, $z = 5$).

O método de resolução por eliminação de Gauss é eficiente e conhecido, porém é importante questionar, qual a sua relação com o conhecimento adquirido na Geometria Descritiva? Como podemos demonstrar a interdisciplinaridade? Para atender estas questões foi desenvolvida uma resolução que percorre o mesmo caminho da Geometria Descritiva, isto é, a solução é encontrada após a determinação do cruzamento das retas de interseção entre os planos dois a dois, como apresentado a seguir.

$$\text{Do sistema } \begin{cases} 5x+10y+4z=60 \\ x+2y+2z=18 \\ 10x+4z=40 \end{cases}$$

pode-se denominar três planos, cujo desenho se apresenta na Figura 2.



$\alpha : 5x+10y+4z=60$ equação(1)

$\beta : x+2y+2z=18$ equação (2)

$\lambda : 10x+4z=40$ equação (3)

Figura 2: Planos apresentados pelas equações do sistema proposto.

Todos os planos foram desenhados utilizando-se o software AutoCAD onde manteve-se a correta posição espacial destes planos. Para a obtenção dos planos de projeção horizontal e vertical utilizou-se o comando "*retângulo*" e posteriormente, o comando "*região*" para a sua visualização no ambiente de modelagem 3D. Os planos α, β e λ foram representados pela interceptação dos eixos X, Y e Z segundo o referencial apresentado na Figura 3, utilizando para a sua visualização, o mesmo comando "*região*" do AutoCAD na barra de ferramentas "*desenho*". Uma observação importante é que a porção positiva do eixo X está a esquerda do zero na linha de terra e não a direita como apresentado em Principe Jr. (1980) e Pinheiro (1970). Somente desta forma o modelo 3D gerado pelo AutoCAD se encaixa no conceito de coordenadas dos livros de Geometria Descritiva dos autores citados acima.

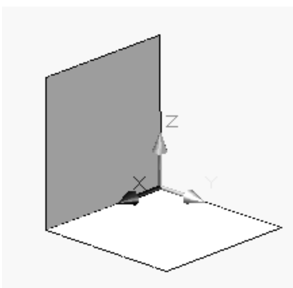


Figura 3: Primeiro Diedro e eixos de referência X, Y, e Z apontados para o lado positivo.

Desta forma, o cruzamento dos planos pela linha de terra (eixo X / abscissa) se encontram nas coordenadas (12,0,0) para o plano α, (18,0,0) para o plano β, e (4,0,0) para o plano λ. As coordenadas para o cruzamento dos planos no eixo Y (afastamento) α, β e λ são respectivamente (0,6,0) (0,9,0) e (0,0,0). As coordenadas do cruzamento dos planos α, β e λ pelo eixo Z (cota) são respectivamente (0,0,15) (0,0,18) e (0,0,10).

A apresentação do sistema no espaço de referência fica, então, como apresentado na Figura 4. Sua solução pode ser interpretada como a interseção de três planos. Geometricamente a solução do sistema é o ponto de interseção entre os três planos, como apresentado ª seguir.

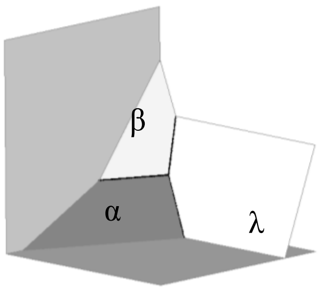


Figura 4: Os três planos (α, β e λ) no sistema de referência, com a representação das retas de interseção entre os plano dois a dois. O ponto de interseção das retas é a solução do sistema.

Pela Geometria Descritiva a interseção dos planos dois a dois determina três retas no espaço. O cruzamento dessas três retas é o ponto de interseção entre os planos e solução do sistema. Aqui se apresenta uma observação importante: Estamos “acostumados” a ver a equação da reta, $y = ax + b$, em um espaço bidimensional. Como as retas de interseção entre os planos se cruzam no espaço tridimensional, suas equações são representadas na forma reduzida como apresentado a seguir.

Interseção dos planos dois a dois:

Sejam $\alpha : 5x + 10y + 4z = 60$, $\beta : x + 2y + 2z = 18$, $\lambda : 10x + 4z = 40$ três planos conforme Figura 4.

Denominamos por *r*, *s* e *t* as retas de intersecção $\alpha \cap \beta$, $\beta \cap \lambda$ e $\alpha \cap \lambda$ respectivamente

A determinação da reta *r* é apresentada na Figura 5, onde:

$$r : \alpha \cap \beta : \begin{cases} 5x + 10y + 4z = 60 & (1) \\ x + 2y + 2z = 18 & (2) \end{cases}$$

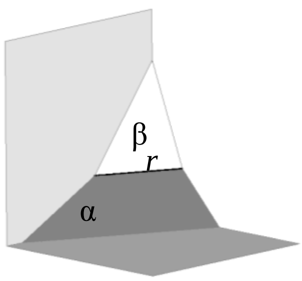


Figura 5: Representação da interseção dos planos α e β e sua reta de interseção. A reta de interseção é uma reta o tipo horizontal, portanto, tendo sua cota constante.

Isolando *x* na equação (2):

$$x = 18 - 2y - 2z \qquad (4)$$

Substituindo x na equação (1) pela equação (4):

$$5[18 - 2y - 2z] + 10y + 4z = 60 \quad \Rightarrow \quad 90 - 10y - 10z + 10y + 4z = 60$$

$$z = 5 \qquad (5)$$

Substituindo (5) em (4):

$$x = 18 - 2y - 2(5) \quad \Rightarrow \quad x = 8 - 2y$$

Assim, a reta *r* na forma reduzida é representada por:

$$r : \begin{cases} x = 8 - 2y \\ z = 5 \end{cases}$$

Note que z constante determina a reta *r* do tipo horizontal.

A determinação da reta *s* é apresentada na Figura 6, onde:

$$s : \beta \cap \lambda : \begin{cases} x + 2y + 2z = 18 & (2) \\ 10x + 4z = 40 & (3) \end{cases}$$

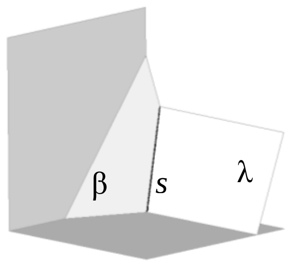


Figura 6: Representação da interseção dos planos β e λ sua reta *s* de interseção. A reta de interseção é uma reta do tipo qualquer.

Da equação (I) $x = 18 - 2y - 2z$ (4)

Substituindo (4) na equação (3), tem-se:

$$10(18 - 2y - 2z) + 4z = 40 \quad \Rightarrow \quad 180 - 20y - 20z + 4z = 40$$

$$-16z = 20y + 40 - 180 \quad \Rightarrow \quad z = \frac{35}{4} - \frac{5}{4}y \qquad (6)$$

Substituindo (3) em (1):

$$x = 18 - 2y - 2\left(\frac{35}{4} - \frac{5}{4}y\right) \quad \Rightarrow \quad x = 18 - 2y - \frac{35}{2} + \frac{5}{2}y$$

$$x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}y \qquad (7)$$

Assim, a reta *s* na forma reduzida é representada por:

$$s:\begin{cases} x=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}y \\ z=\frac{35}{4}-\frac{5}{4}y \end{cases}$$

A determinação da reta *t* , é apresentada na Figura 7, onde:

$$t:\alpha\cap\lambda:\begin{cases} 5x+10y+4z=60 & (1) \\ 10x+4z=40 & (3) \end{cases}$$

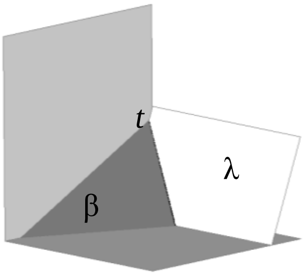


Figura 7: Representação da interseção dos planos β e λ e sua reta *t* de interseção. A reta de interseção é uma reta o tipo qualquer.

A reta *t* pode ser resolvida de maneira analoga a reta s e r, e é apresentada na forma reduzida é representada por:

$$t:\begin{cases} x=-4+2y \\ z=20-5y \end{cases}$$

Analisando-se as intersecções das retas r, s e t

$$r:\begin{cases} x=8-2y \\ z=5 \end{cases},\quad s:\begin{cases} x=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}y \\ z=\frac{35}{4}-\frac{5}{4}y \end{cases}\quad \text{e}\quad t:\begin{cases} x=-4+2y \\ z=20-5y \end{cases}$$

Analisando-se as intersecções das retas r, s e t duas a duas:

$r\cap s$: Igualando *x* de *r* a *x* de *s*:

$$x=8-2y=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}y \quad\Rightarrow\quad 16-4y=1+y \quad\Rightarrow\quad -5y=-15 \quad\Rightarrow y=3$$

$$x=8-2y \quad\Rightarrow\quad x=8-2(3) \quad\Rightarrow\quad x=8-6 \quad\Rightarrow x=2$$

Ponto de interseção (2, 3, 5)

$r\cap t$: Substituindo *z=5* de *r* em *z* de *t*:

$$z=20-5y \quad\Rightarrow\quad 5=20-5y \quad\Rightarrow\quad 5y=15 \quad\Rightarrow\quad y=3$$

$$x=8-2y \quad\Rightarrow\quad x=8-2(3) \quad\Rightarrow\quad x=8-6 \quad\Rightarrow x=2$$

Ponto de interseção (2, 3, 5)

Operando da mesma forma $s\cap t$: Igualando *x* das retas *s* e *t*:

Obtem-se também o resultado o Ponto de interseção (2, 3, 5)

As interseções das retas duas a duas comprovam a solução do sistema pelo método de eliminação de Gauss. Evidentemente sua eficiência não é discutida aqui e sim uma forma de apresentar a interdisciplinaridade que o método de eliminação de Gauss não evidencia. Na Figura 8, são apresentadas somente as retas de interseção e a localização do ponto (representado por uma esfera) e a solução identificada pelo software AutoCAD, através do comando de propriedade dos objetos. As retas de interseção na Figura 8 foram definidas utilizando-se a captura de pontos entre os elementos que definem os planos α, β e λ. A esfera teve seu centro definido também através da captura de pontos.

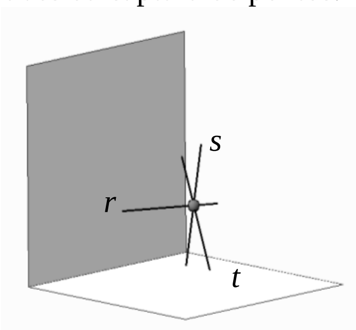


Figura 8: Ponto de interseção representado pelo cruzamento das retas r, s e t.

A Figura 9 destaca a solução do sistema proposto através a utilização da paleta de propriedades dos objetos no AutoCAD, neste caso, a solução é a coordenada x, y , z do centro da esfera.

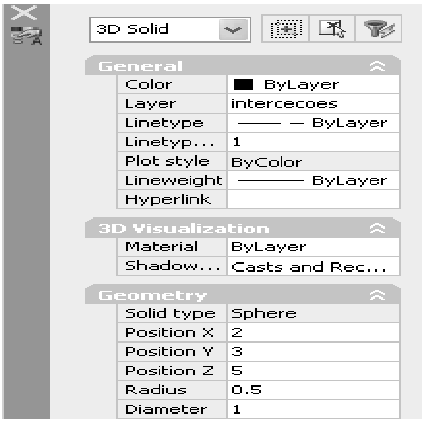


Figura 9: Solução identificada pelo AutoCAD.

Deve-se observar que as retas de interseção entre os planos não estão no espaço bidimensional, por isso devem ser representadas na forma reduzida. Como este método das interseções duas a duas não é comumente apresentado nas salas de aula, a ligação entre a geometria analítica a geometria descritiva e a álgebra linear encontra-se apagada. O problema e sua solução, utilizando o método biprojetivo de Monge, será apresentada nas Figuras 10 .

Na Figura 10 é apresentada a solução do exemplo proposto pelo método Mongeano. As retas *r*, *s* e *t* de interseção entre os planos são determinadas por suas projeções. No cruzamento das projeções das retas *r*, *s* e *t* encontra-se o ponto de interseção dos planos, solução do exemplo numérico proposto. Para apresentar o resultado do método de maneira mais precisa foi colocada sobre a épura uma grade (quadriculado de uma unidade) facilitando a conferência da solução. Pode-se, então, verificar: abscissa 2 unidades a partir do zero para esquerda, cota 5 unidades para cima e afastamento 3 para baixo definindo as projeções horizontal e vertical, I_1 e I_2 do ponto de intercessão dos planos.

Observação: Os traços das retas r s e t não estão representados na épura.

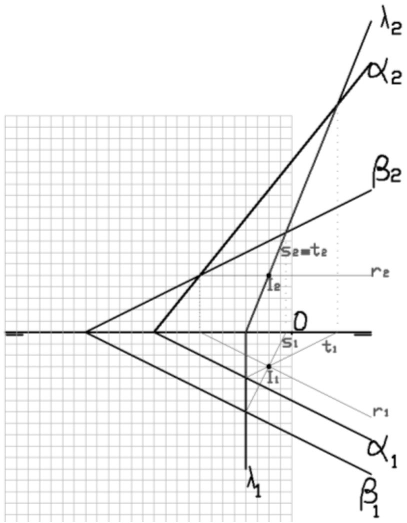


Figura 10: Épura da solução do exemplo numérico.

5. CONCLUSÕES

O trabalho apresenta a interação das disciplinas mencionadas de Geometria Descritiva, Álgebra Linear e Geometria Analítica como proposto, além de apresentar a interação com ferramenta de desenho (software AutoCAD), através da apresentação da solução dos sistemas propostos.

A eficiência comparada dos métodos de solução de sistemas é indiscutível entre as três disciplinas, evidentemente, a álgebra linear pelo método de eliminação de Gauss tem vantagens sobre as outras disciplinas. Porém em detrimento da eficiência a vantagem da integração entre as disciplinas acaba sendo perdida no dia a dia do acadêmico. A resolução do sistema pelo método de eliminação de Gauss não evidencia as retas de interseção dos planos em um espaço de três dimensões deixando uma grande lacuna para interação entre as disciplinas.

Neste artigo, a relevância da disciplina de Geometria Descritiva é ampliada pois, a mesma solução do sistema, é obtida na épura. Desta forma pode-se ressaltar que Geometria Descritiva não é somente uma base para o Desenho Técnico como é percebida pela maioria dos alunos, mas também, um método gráfico de resolução de sistemas lineares em três dimensões.

A forma não convencional para a solução de sistema é análoga a solução obtida por meio da Geometria Descritiva. Desta forma, o elo entre Geometria Descritiva e outras disciplinas passa a ser fortalecido. Atualmente, esta interação formal entre as disciplinas pode ser apresentada em aula utilizando a mídia adequada.

6. REFERÊNCIAS.

BITTENCOURT, R. M. Formação heterogênea dos alunos da disciplina de desenho técnico:um estudo de caso. In: XVI SIMPÓSIO NACIONAL DE GEOMETRIA DESCRITIVA E DESENHO TÉCNICO - V INTERNATIONAL CONFERENCE ON

GRAPHICS ENGINEERING FOR ARTS AND DESIGN., 2003, Santa Cruz do Sul, **Anais...** Santa Cruz do Sul, ABEG. Graphica 2003. 1 CD-ROM.

GRIZ, C.; CARVALHO, G.; PEIXOTO; A. Desenho de perspectiva e história da arquitetura: em busca de uma interdisciplinaridade. In: XVIII SIMPÓSIO NACIONAL DE GEOMETRIA DESCRITIVA E DESENHO TÉCNICO - VII INTERNATIONAL CONFERENCE ON GRAPHICS ENGINEERING FOR ARTS AND DESIGN., 2007 Curitiba, **Anais...** Curitiba ABEG. Graphica 2007. 1 CD-ROM.

LEIS, H. R. **Sobre o Conceito de Interdisciplinaridade**. Caderno de pesquisas interdisciplinares em ciências humanas. ISSN 1678-7730 Nº 73 – Florianópolis, agosto 2005.

LEON, S. J. **Álgebra Linear com Aplicações.** 4. ed. Rio de Janeiro: LTC – Livros técnicos e Científicos S.A., 1998.

LUZ, A. A. B. S.; OLIVEIRA, J. P. F.; JACON, M. L.; DE LUCA, N. S.; ALVES, S. P. S. In: A geometria na disciplina de matemática: a abordagem dos livros didáticos. In: XVIII SIMPÓSIO NACIONAL DE GEOMETRIA DESCRITIVA E DESENHO TÉCNICO - VII INTERNATIONAL CONFERENCE ON GRAPHICS ENGINEERING FOR ARTS AND DESIGN., 2007 Curitiba, **Anais...** Curitiba ABEG. Graphica 2007. 1 CD-ROM.

MARIANI; V. C., Uma abordagem multidisciplinar no ensino de engenharia química. In: XXXIII CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA - COBENGE 2005 Campina Grande, 2005. 1 CD-ROM.

PINHEIRO, V. A. **Noções de Geometria Descritiva vol. I Ponto Reta Plano**. ed. 4 Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1970.

PRINCIPE Jr., A. R. **Noções de Geometria Descritiva**. Volume 1. ed. 36 São Paulo: Nobel, 1985.

PIRATELLI, C. L.; CAYRES, P. G.; CERQUEIRA, C. G.; PAULINO, M. V. R., O projeto do produto como mecanismo para interdisciplinaridade de um curso de engenharia de produção In: XXXIII CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA - COBENGE 2005 Campina Grande, 2005. 1 CD-ROM.

SILVA, E. A.; FONSECA G. A., Interdisci-, interdiscipli-,in-ter-dis-ci-pli-naridade. uma palavra tão difícil de dizer. deve ser mais difícil ainda fazer. In: XVI SIMPÓSIO NACIONAL DE GEOMETRIA DESCRITIVA E DESENHO TÉCNICO - V INTERNATIONAL CONFERENCE ON GRAPHICS ENGINEERING FOR ARTS AND DESIGN., 2003, Santa Cruz do Sul, **Anais...** Santa Cruz do Sul, ABEG. Graphica 2003. 1 CD-ROM.

ULBRICHT, V.R. **Modelagem Cognitiva em Vista da Concepção do Módulo Avaliação do Estudante de um Sistema de Ensino Inteligente Auxiliado por Computador para a Geometria Descritiva**. 1992. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção). Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1992.