

DIMENSIONAMENTO DE UMA LONGARINA DE SEÇÃO RETANGULAR APLICADA A ASAS DE AERONAVES VOLTADAS PARA A COMPETIÇÃO SAE BRASIL AERODESIGN

Antônio C. R. dos Santos – antonio.rouso@itec.ufpa.br
Universidade Federal do Pará, Faculdade de Engenharia Mecânica
Av. Augusto Correa, s/n
66075-900 – Belém - Pará
Emílio H. F. e Ferreira – emilio.ferreira@itec.ufpa.br
Anderson A. da Silva – andersonalcantara40@yahoo.com.br
Jerson R. P. Vaz – jerson@ufpa.br
Roberto T. Fujiyama – fujiyama@ufpa.br

***Resumo:** Neste trabalho, são apresentados os resultados obtidos através de estudos realizados para o dimensionamento de uma longarina de seção transversal retangular. O estudo feito é baseado na análise do diagrama V-n e na distribuição de sustentação utilizando o método de aproximação de Schrenk, onde é desenvolvida a determinação dos esforços atuantes na asa da aeronave e considerando a longarina como uma viga bi-apoiada. Para o desenvolvimento da modelagem, utilizou-se recursos computacionais disponíveis nos softwares MATLAB7® e XFLR5. O método matemático proposto no referido trabalho demonstra boa concordância quando comparado com os resultados obtidos com o software XFLR5.*

***Palavras-chave:** Longarina para aeronaves, Método de Schrenk, Diagrama V-n*

1 INTRODUÇÃO

A competição SAE Brasil Aerodesign é realizada anualmente entre escolas de engenharias, ciências aeronáuticas e físicas, promovendo encontro e estreitando na relação entre estudantes de várias instituições participantes.

O trabalho foi desenvolvido tendo como foco um estudo que sirva como base para equipes destinadas a participar da competição, além de apontar algumas possibilidades de construção e analisar de maneira mais abrangente e crítica as variáveis que envolvem um projeto de longarinas de asas de aeromodelos. Existem várias formas de se determinar o dimensionamento de uma longarina, o modelo matemático desenvolvido tem por finalidade quantificar os esforços devido à distribuição de sustentação sobre a asa e analisar a resistência da longarina a partir das formulações de flexão sobre a estrutura, uma vez que é de grande importância obter informações confiáveis a respeito dos esforços os quais às asas estão submetidas. O objetivo, neste caso, é fazer o dimensionamento correto da longarina, para fornecer aos estudantes de engenharia aeronáutica uma maneira prática de construção e análise estrutural de asas de aeronaves.

2 MODELAGEM UTILIZANDO A PLATAFORMA X-FOIL

A plataforma X-foil (DRELA, 2000) foi desenvolvida baseada no método dos painéis para determinação de sustentação e arrasto de asas e perfis aerodinâmicos utilizados em aeronaves, a qual é largamente utilizada pelas equipes participantes da competição SAE Brasil Aerodesign. Entretanto, a plataforma X-foil (DRELA, 2000), apresenta a limitação de não dimensionar longarinas de asas. Sendo assim, no presente trabalho é apresentada uma abordagem matemática para o dimensionamento de longarinas de seção retangular. A Figura 1 apresenta as distribuições dos coeficientes de sustentação e arrasto sobre a asa projetada neste trabalho. Para o dimensionamento da longarina é fundamental conhecer o comportamento do carregamento que age sobre a asa, uma vez que através dos esforços é possível determinar a dimensão adequada da longarina a partir da definição do tipo de material a ser utilizado.

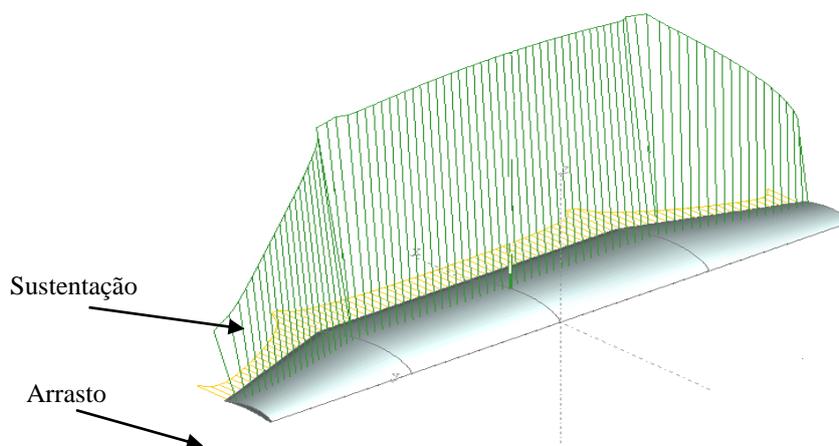


Figura 1- Distribuições dos coeficientes de sustentação e arrasto sobre uma asa mista (parte retangular e trapezoidal).

3 ABORDAGEM MATEMÁTICA PROPOSTA

3.1 Construção do diagrama v-n

A determinação do envelope de vôo com seus respectivos fatores de carga em função das velocidades de operação se faz necessário para o início do dimensionamento das estruturas da aeronave. Para a análise das cargas na aeronave é necessário que se faça o diagrama $V-n$ a fim de se obter os fatores de carga sofridos em um vôo. O diagrama foi feito baseado na norma FAR-PART 23 (*Federal Aviation Regulations, Part 23 Airworthiness standards: normal, utility, acrobatic, and commuter category airplanes, USA*).

O diagrama $V-n$ representa uma maneira gráfica para verificar as limitações estruturais de uma aeronave em função da velocidade de vôo e do fator de carga n a qual o avião está submetido. Basicamente o fator de carga $n=2$ significa que para uma determinada condição de vôo a estrutura da aeronave está sujeita a uma força de sustentação dada pelo dobro do peso, geralmente em curva ou movimentos acelerados. A estrutura da aeronave também será exposta a maiores ou menores fatores de carga. Existem duas categorias de limitações estruturais que devem ser consideradas durante o projeto. Fator de carga limite: Este é associado com a deformação permanente em uma ou mais partes da estrutura do avião. Caso durante um vôo o fator de carga n seja menor que o fator de carga limite, a estrutura da aeronave irá se deformar durante a manobra, porém retornará ao seu estado original quando $n = 1$. Para situações onde n é maior que o fator de carga limite a estrutura irá se deformar

permanentemente ocorrendo assim um dano estrutural, porém sem que ocorra a ruptura do componente. Fator de carga último: Este representa o limite de carga para que ocorra uma falha estrutural, caso o valor de n ultrapasse o fator de carga último, componentes da aeronave com certeza sofrerão ruptura. O fator de carga limite depende da categoria da aeronave, (RAYMER, 1992) sugere a tabela para determinar n .

Tabela 1 – Categoria dos aviões e fatores de carga

Categoria do avião	n_{pos}	n_{neg}
Pequeno porte	$2,5 \leq n \leq 3,8$	$-1 \leq n \leq -1,5$
Acrobático	6	-3
Transporte civil	$3 \leq n \leq 4$	$-1 \leq n \leq -2$
Caças militares	$6,5 \leq n \leq 9$	$-3 \leq n \leq -6$

O fator deve ser escolhido de forma adequada, pois, quanto maior for n , a estrutura terá uma rigidez mais elevada, conseqüentemente maior será seu peso estrutural. Para o projeto Aerodesign, o regulamento da competição bonifica as equipes que conseguirem obter a maior eficiência estrutural, ou seja, a aeronave mais leve que carregar em seu compartimento a maior carga útil possível, dessa forma, é interessante que o fator de carga seja o menor possível respeitando obviamente uma condição segura de vôo. Considerando que as aeronaves participantes da competição Aerodesign são aviões não tripulados, podemos utilizar de maneira aceitável um fator de carga máximo $n_{m\acute{a}x} = 2,5$, logo, garante-se um vôo seguro e uma estrutura que suporte os esforços atuantes na aeronave, recomenda-se que o fator de carga último seja 50% maior que o fator de carga limite, onde $n_{ult} = 1,5 \times n_{lim}$.

A ilustração abaixo mostra os principais pontos do diagrama $V-n$ de uma aeronave.

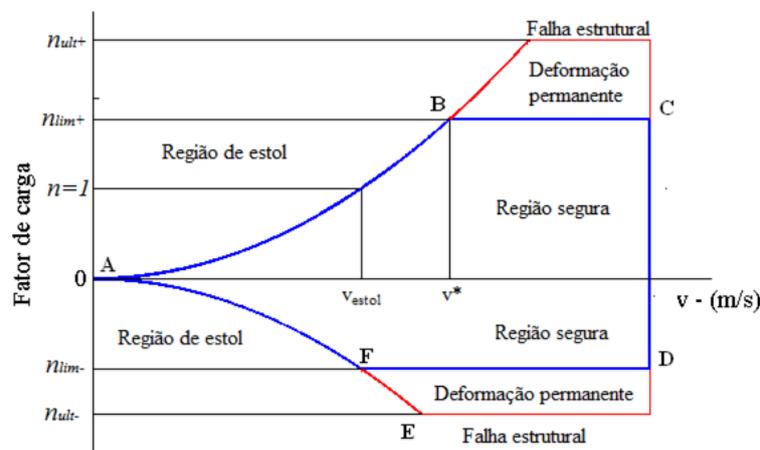


Figura 2 – Ilustração do Diagrama $V-n$

Para a construção do envelope de vôo deve-se seguida as etapas abaixo:

A curva **AB** é o limite aerodinâmico do fator de carga e pode ser determinada através da solução da Equação (1).

$$n_{m\acute{a}x} = \frac{\rho \times v^2 \times S \times C_{Lm\acute{a}x}}{2 \times W} \quad (1)$$

Onde, v é a velocidade [m/s^2], ρ é a densidade do ar [kg/m^3], S é a área da asa [m^2], $C_{Lmáx}$ é o coeficiente de sustentação máximo da asa, W é o peso total da aeronave [N] e L é a força de sustentação [N]. Tendo todos os valores pode-se calcular a curva **AB** a partir da variação da velocidade, onde é possível encontrar o fator de carga máximo permitido para cada velocidade. Sabe-se que para a velocidade de estol (velocidade mínima para se manter uma aeronave em vôo reto e nivelado) o fator carga n é igual a 1, pois, $L = W$.

Outro ponto de fundamental importância é saber a velocidade de manobra v^* , nessas condições o voo é realizado em alto ângulo de ataque, onde o fator de carga limite da aeronave é atingido. A velocidade v^* é calculada pela Equação (2), e intercepta exatamente no ponto **B** que define o fator de carga limite da aeronave. O avião pode voar com a velocidade v^* , contudo os valores de C_L devem estar abaixo do $C_{Lmáx}$, ou seja, com menores ângulos de ataque, de forma que o fator de carga limite não seja ultrapassado, sabendo que o valor de $n_{máx}$ está limitado pela linha **BC**.

$$v^* = \sqrt{\frac{2 \times W \times n_{máx}}{\rho \times S \times C_{Lmáx}}} \quad (2)$$

No cálculo da velocidade de cruzeiro v_{cru} , segundo a norma FAR PART 23 não é recomendável ultrapassar 90% da velocidade máxima da aeronave $v_{máx}$, ou seja, $v_{cru} = 0,9 \times v_{máx}$.

A velocidade $v_{máx}$ é definida nas curvas de tração ou potência requerida da aeronave de acordo com a norma FAR PART 23. Na reta **CD** do diagrama que demarca a velocidade de mergulho v_d devendo ser evitada ao máximo, já o v_d exerce na estrutura da aeronave grande esforço, sendo 25% maior que a velocidade máxima, onde $v_d = 1,25 \times v_{máx}$.

A curva **AF** demarca o fator de carga máximo negativo e poder ser calculado através da norma FAR Part-23 da seguinte forma, $n_{lim-} \geq 0,4 \times n_{lim+}$.

Segundo (RODRIGUES, 2009) é aceitável o uso da Equação (1) para determinar a curva **AF** com intuito de achar $C_{Lmáx-} = -1$. A linha **FE** representa o fator de carga negativo a qual deformações permanentes podem ocorrer.

3.2 O método de schrenk

O método de Schrenk consiste basicamente em encontrar de modo aproximado a distribuição de cargas em uma asa de forma geométrica diferente da asa elíptica e trapezoidal, através de uma média entre a asa em estudo e a asa elíptica representada pela Equação (3), sendo as duas com mesma área e envergadura.

$$L(y)_s = \frac{L(y) + L(y)_E}{2} \quad (3)$$

O modelo utilizado para se determina a sustentação da asa elíptica é originário da teoria da linha sustentadora de Prandtl (PRANDTL, 1921) que é aplicada em uma asa de forma elíptica, para determinar sua distribuição. A resolução da distribuição elíptica é de grande importância, visto que se torna necessário para encontrar de forma aproximada a distribuição de cargas da asa a ser estudada. A carga ao longo da asa em estudo é determinada de forma analítica como mostrado nas Equações (5), (6) e (7), sendo para a asa retangular, para a asa trapezoidal e para a asa elíptica, respectivamente.

$$L_n = L \times n_{lim+} \quad (4)$$

$$L(y)_R = \frac{L_n}{b} \quad (5)$$

$$L(y)_T = \frac{2 \times L_n}{(1 + \lambda)} \times \left[1 + \left(\frac{2 \times y}{b} \times (\lambda - 1) \right) \right] \quad (6)$$

$$L(y)_E = \frac{4 \times L_n}{b \times \pi} \times \sqrt{1 - \left(\frac{2 \times y}{b} \right)^2} \quad (7)$$

$$\lambda = \frac{c_t}{c_r} \quad (8)$$

Onde, b é a envergadura da asa [m], λ é o afilamento da asa, c_t é a corda na ponta da asa [m], c_r é a corda na raiz, y é a posição da envergadura [m], L_n é a força de sustentação com fator de carga [N]. A figura 3 mostra de maneira esquemática um gráfico típico da distribuição de sustentação de Schrenk.

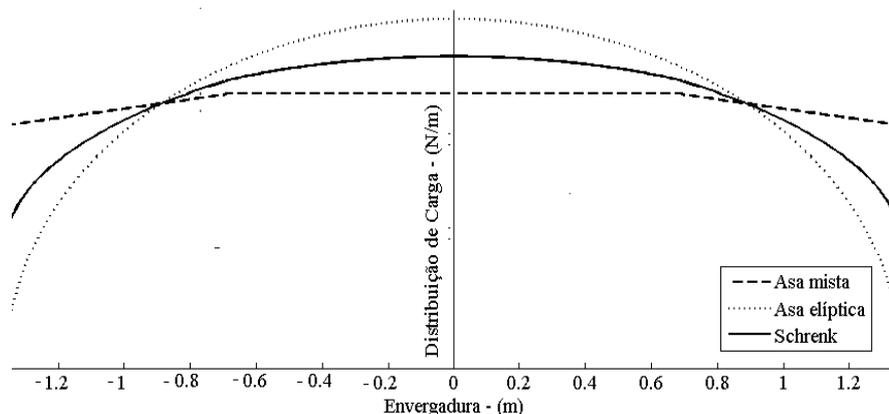


Figura 3 – Aproximação de Schrenk

4 MODELAGEM MATEMÁTICA PROPOSTA

A distribuição de carga ao longo do eixo foi obtida utilizando o método de Schrenk, que diz que um carregamento será a média das forças por unidade de comprimento entre uma distribuição de sustentação elíptica e a calculada com o coeficiente de sustentação, que neste caso foi obtido pelo XFLR5 (DRELA, 2000).

Para o cálculo da carga distribuída foi considerado o fator de carga limite fornecido pelo diagrama $V-n$ de $n_{lim+} = 2,63$ e $W = 150N$, $S = 1,192m^2$, $b = 2,72m$, $\lambda = 0,7929$ e $\rho = 1,150 kg/m^3$. Portanto, inicialmente determina-se o diagrama de corpo livre (DCL) da carga, que determina a força resultante e as forças de reação dos apoios, onde os apoios são as fixações da fuselagem na longarina da asa.

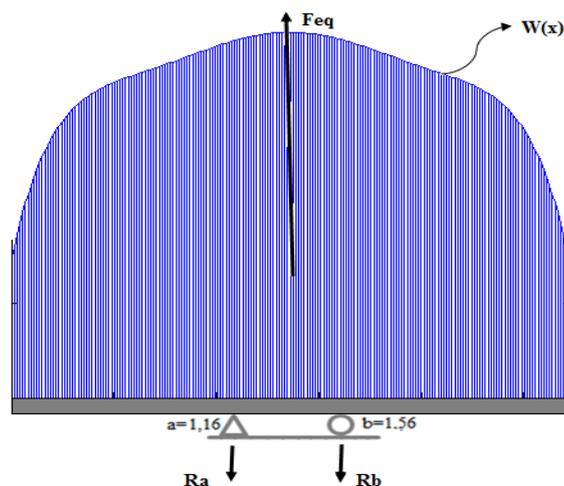


Figura 4 - DCL Simplificado da aeronave como viga bi apoiada

$$L = 2 \times a + b \quad (9)$$

$$R_A = R_B = \frac{F_{eq}}{2} = \frac{1}{2} \times \int_0^L w(x) dx \quad (10)$$

A longarina com a carga distribuída é analisada em três intervalos diferentes, determinando suas respectivas forças de reação, força cortante e de momento fletor em cada intervalo. Para o primeiro intervalo de $0 \leq x \leq a$ a força cortante e o momento fletor são determinados pelo diagrama de corpo livre, que considera a força F_1 e o centróide xc_1 .

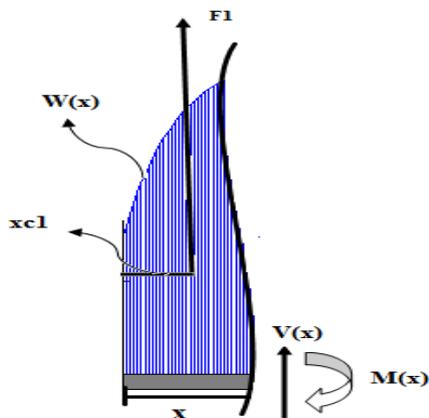


Figura 5 - intervalo de $0 \leq x \leq a$

$$V(x) = -F_1 = - \int_0^x w(x) dx \quad (11)$$

$$xc_1 = \int_0^x \frac{x \times w(x) dx}{F_1} \quad (12)$$

$$M(x) = -F_1(x - xc_1) \quad (13)$$

Considerando o intervalo de $a \leq x \leq a + b$ a configuração do diagrama do intervalo anterior se difere para o cálculo da força cortante e do momento fletor, já que agora são consideradas as forças F_1 , F_2 , e a reação R_A , assim como o centróide da força F_2 que é xc_2 .

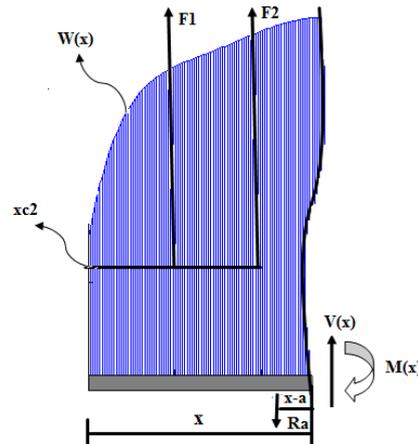


Figura 6 - intervalo de $a \leq x \leq a + b$

$$V(x) = -F_1 - F_2 + R_A = -F_1 - \int_a^x w(x)dx + R_A \quad (14)$$

$$xc_2 = \int_a^x \frac{x \times w(x)dx}{F_2} \quad (15)$$

$$M(x) = -F_1(x - xc_1) - F_2(x - xc_2) + (x - a) \quad (16)$$

No intervalo de $a + b \leq x \leq L$ a força cisalhante e de momento fletor é determinada considerando as forças F_1 , F_2 , F_3 e o centróide xc_3 de F_3 , junto com as reações R_a e R_b mostrado no diagrama de corpo livre.

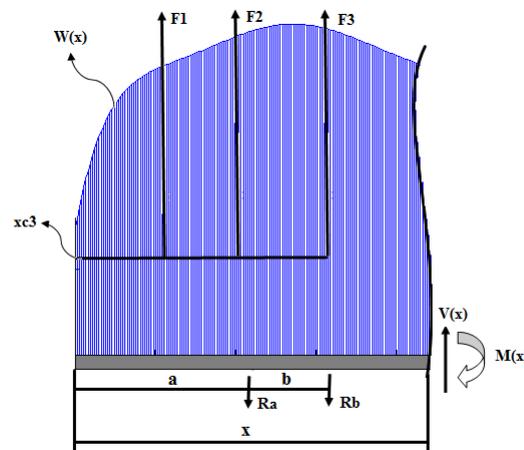


Figura 7 - intervalo de $a + b \leq x \leq L$

$$V(x) = -F_1 - F_2 - F_3 + 2 \times R_A = -F_1 - F_2 - \int_{a+b}^x w(x)dx + 2 \times R_A \quad (17)$$

$$xc_3 = \int_{a+b}^x \frac{x \times w(x)dx}{F_3} \quad (18)$$

$$M(x) = -F_1(x - xc_1) - F_2(x - xc_2) - F_3(x - xc_3) + R_A(x - a) + R_A(x - a - b) \quad (19)$$

Toda a formulação feita foi para determinar o momento fletor máximo, que será usado no dimensionamento da longarina. Resolvendo o modelo proposto têm-se como resultado as figuras 8a e 8b.

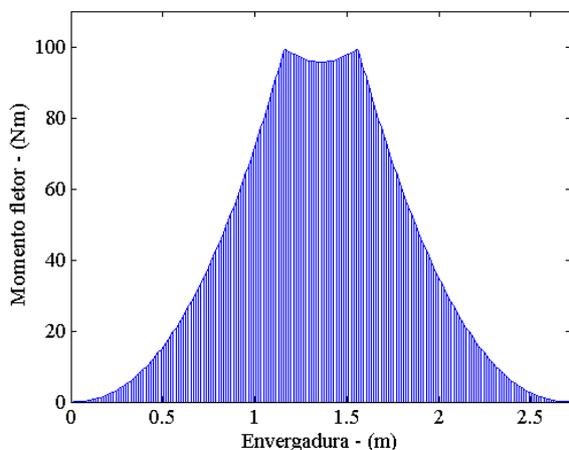


Figura 8a – Momento Fletor atuante na asa

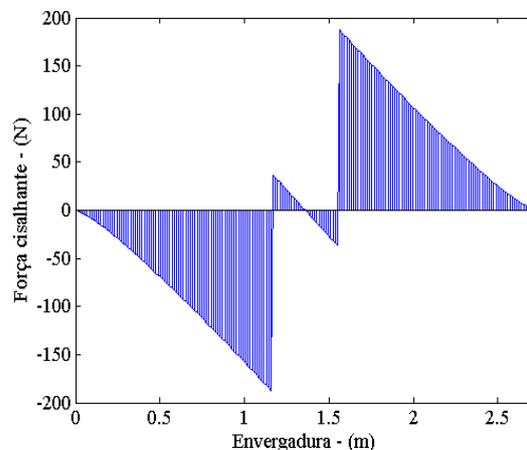


Figura 8b – Força de cisalhamento na asa

4.1 Modelo para o dimensionamento da longarina

Neste trabalho escolheu-se uma viga composta de madeira balsa devido principalmente a leveza do material, e que tem boas características para suportar o carregamento representado na figura 4. Como as expressões de momento fletor e força cortante já estão determinadas, o dimensionamento da viga pode ser calculado pelas equações (20) e (21), segundo Sarkis Melconian (2007).

$$\bar{\sigma} = \frac{M_{m\acute{a}x}}{W_x} \quad (20)$$

$$W_x = \frac{b \times h^2}{6} \quad (21)$$

Onde, $\bar{\sigma}$ é a tensão admissível [N/m^2], $M_{m\acute{a}x}$ é o momento fletor máximo [$N.m$], W_x é o módulo de resistência de secção transversal [m^3], b é a largura da longarina [m] e h é a altura da longarina [m]. A tensão admissível da madeira balsa é $\bar{\sigma} = 10 MPa$ considerando fator de segurança 2, tensão essa que é utilizada na equação (20) para dimensionar a longarina. No projeto estimou-se que $h = 3 \times l$, substituindo todos os valores nas equações (20) e (21) obtêm-se as dimensões $h = 0,056305m$ e $l = 0,018768m$.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A modelagem desenvolvida neste trabalho apresenta resultados satisfatórios para o dimensionamento de asas de aeronaves, o que contribui substancialmente para o crescimento intelectual de alunos de engenharia, principalmente os envolvidos com a competição SAE Brasil Aerodesign, pois a competição tem como objetivo principal motivar aos alunos quanto à experiência em projetos de aeronaves. Neste trabalho foi desenvolvido um perfil aerodinâmico de alta sustentação, com características aerodinâmicas superior aos encontrados na literatura, o que torna o trabalho ainda mais notório. A figura 9 apresenta uma comparação

entre os perfis aerodinâmicos Selig 1223 (SELIG *et al.*, 1996), Eppler 423 (SELIG *et al.*, 1996) e o projetado neste trabalho ACSM 2030. O desenvolvimento do ACSM 2030 foi realizado na plataforma X-foil (DRELA, 2000), objetivando atingir o máximo de eficiência aerodinâmica para aplicação em asas de aeromodelos.

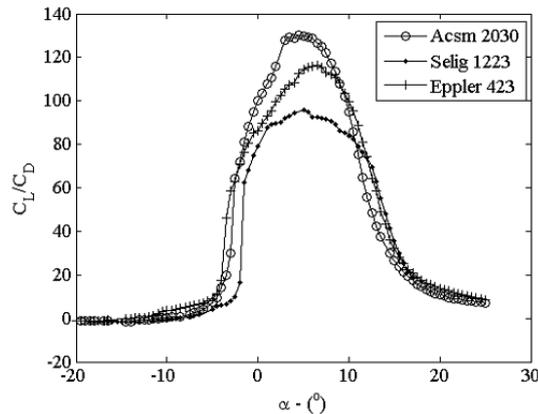


Figura 9 – Comparação da eficiência aerodinâmica entre o perfil aerodinâmico projetado neste trabalho e os perfis Eppler 423 e o Selig 1223.

Como os perfis mencionados anteriormente são de alta sustentação, então é necessário desenvolver abordagens matemáticas que prevêm as distribuições de sustentação que agem sobre as longarinas, objetivando determinar a geometria necessária que suporte tal carregamento. Desta forma, no presente trabalho é apresentado um modelo satisfatório para o dimensionamento de asas utilizando madeira balsa, cuja principal característica é a leveza. Analisando o momento fletor adquirido pelo modelo matemático, figura 10, percebe-se uma grande aproximação comparada com o gráfico fornecido pelo software XFLR5 (DRELA, 2000), porém no software não é possível introduzir os apoios nos cálculos das reações sobre a estrutura da longarina (que ilustram a fixação da asa na fuselagem), que são considerados no presente trabalho, por isso a uma diferença nos gráficos. Se a distância entre os apoios forem diminuídas, o gráfico do modelo proposto tende a convergir para o modelo numérico do XFLR5 (DRELA, 2000), como mostrado na figura 10.

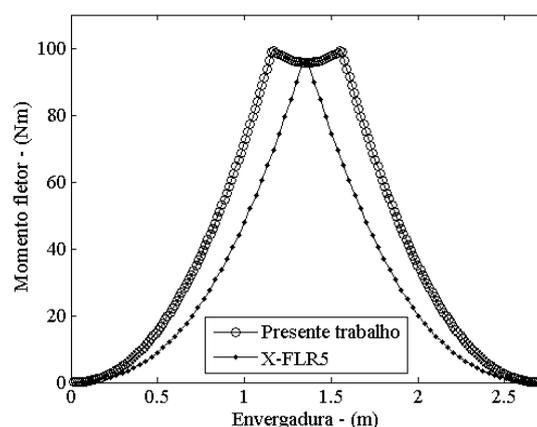


Figura 10 – comparação entre a abordagem utilizada no presente trabalho e o XFLR5.

6 CONCLUSÕES

O presente trabalho apresenta uma forma alternativa para o dimensionamento estrutural de longarinas de asas de aeronaves destinadas à competição SAE BRASIL Aerodesign, as

dimensões da longarina encontrada utilizando a abordagem proposta são satisfatórias, como mostradas na figura 10. Esta modelagem resulta de um estudo numérico e analítico, sendo que o trabalho foi realizado numericamente através do software XFLR5 (DRELA, 2000) e analiticamente utilizando as equações matemáticas da resistência dos materiais. Observe que a figura 10 apresenta de forma muito clara que a abordagem descrita neste trabalho possui boa concordância com o resultado obtido com o XFLR5 (DRELA, 2000).

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DRELA, Mark. Aerodynamics, Computational Fluid Dynamics, Design Methodology. Low-Order Modeling of Aeromechanical Systems. 2000.

FEDERAL AVIATION REGULATIONS, Part 23 Airworthiness standards: normal, utility, acrobatic, and commuter category airplanes, USA.

MEGSON, T. Aircraft Structures for Engineering Students.3. ed. San Francisco: Elsevier Aerospace Engineering, 2007.

MELCONIAN, SARKIS, Mecânica técnica e Resistência dos Materiais.18. ed. São Paulo: Editora Érica Ltda, 2007.

PRANDTL, L. “Applications of modern hydrodynamics to aeronautics”; NACA-116, Washington: National Advisory Committee for Aeronautics, 1921.

RAYMER, D.P. Aircraft Design: A conceptual Approach.4. ed. Reston: Aiaa Education Series, 2006.

RODRIGUES, L. E. M. J., Fundamentos da Engenharia Aeronáutica.1. ed. São Paulo: Edição do autor, 2010.

SELIG, M.S., GUGLIELMO, J.J., Broeren, A.P. and Giguere, P., “Summary of Low-Speed Airfoil. Data”, SoarTech Publications, 1996.

DESIGN OF A RECTANGULAR CROSS-SECTION SPAR APPLIED TO WINGS OF AIRCRAFTS USED IN SAE BRAZIL AERODESIGN COMPETITION

Abstract: *This work presents the results obtained from studies of the design of a rectangular cross-section spar. The study is based on analysis of the V-n diagram and the lift distribution using the Schrenk approximation approach, where it is calculated the reaction on the wing of the aircraft and considering the spar as bi-supported. For the development of modeling, we used computational resources available in software XFLR5 and MATLAB7®. The mathematical model proposed in this work shows good agreement for structural analysis providing a safe and reliability margin to the project.*

Key-words: *Aircraft spar , Schrenk Method, V-n diagram.*